

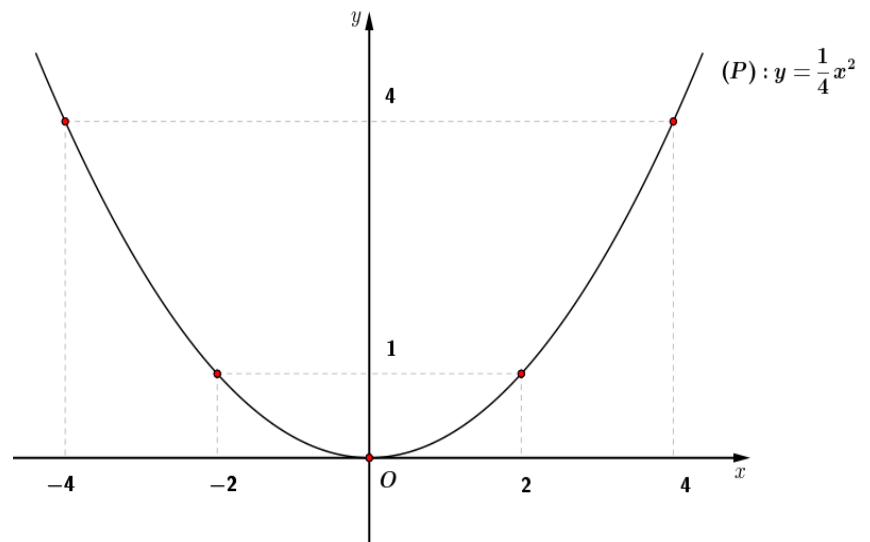
(Đề thi gồm 02 trang)

Bài 1 (1,5 điểm) Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ có đồ thị (P) .a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.b) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) sao cho tung độ và hoành độ đối nhau.

a) Bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị :

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có hoành độ bằng 6.Theo đề bài, điểm M có hoành độ bằng 6, tức là: $x_M = 6$.Vì điểm M nằm trên đồ thị (P) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$ nên tọa độ của điểm M phải thỏa mãn phương trình này.Thay $x_M = 6$ vào phương trình hàm số, ta có:

$$y_M = \frac{1}{4} \cdot 6^2$$

$$y_M = \frac{1}{4} \cdot 36$$

$$y_M = 9.$$

Vậy tọa độ điểm M là: $M(6; 9)$

Bài 2 (1 điểm) Cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$.

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Ta có : $2x^2 - 3x - 4 = 0$ ($a = 2, b = -3, c = -4$.)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 41 > 0$$

nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}, \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{2} = -2. \end{cases}$$

$$A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2$$

$$A = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

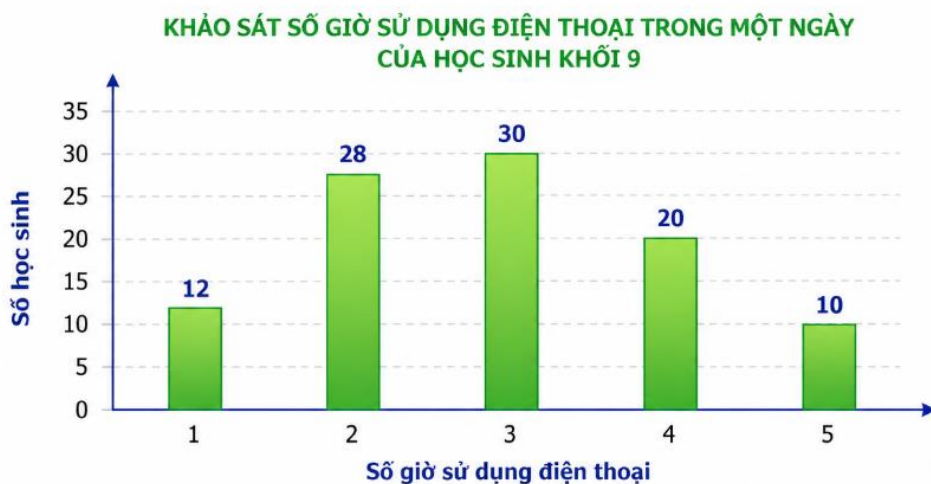
$$A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot (-2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

$$A = \frac{9}{4} + 4 + \frac{3}{4}$$

$$A = 7.$$

Vậy $A = 7$.

Bài 3 (1,5 điểm) Kết quả khảo sát đối với một số bạn học sinh khối 9 về số giờ sử dụng điện thoại trong một ngày được thể hiện qua biểu đồ dưới đây.



a) Tính số học sinh đã tham gia cuộc khảo sát.

Số học sinh tham gia khảo sát là: $12 + 28 + 30 + 20 + 10 = 100$.

Vậy có **100** học sinh tham gia cuộc khảo sát.

b) Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố A:

Phép thử: Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm khảo sát trong tổng số 100 học sinh.

Nên không gian mẫu $n(\Omega) = 100$.

Biến cố A: “Học sinh được chọn có thời gian sử dụng điện thoại 3 giờ một ngày”.

Số lượng học sinh sử dụng điện thoại 3 giờ là 30 học sinh.

Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 30$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

c) Học sinh thực hiện đúng khuyến cáo là học sinh sử dụng điện thoại không nhiều hơn 3 giờ một ngày.

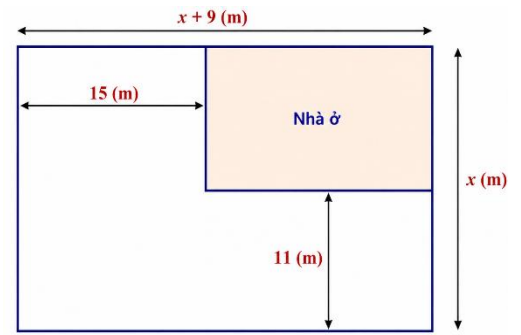
Theo đề bài, khuyến cáo là “không nên sử dụng điện thoại nhiều hơn 3 giờ một ngày”, nghĩa là số giờ sử dụng hợp lệ phải nhỏ hơn hoặc bằng 3 giờ, bao gồm các mức: 1 giờ, 2 giờ và 3 giờ.

Số học sinh thực hiện đúng lời khuyên này là: $12 + 28 + 30 = 70$ học sinh.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $n(B) = 70$.

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

Bài 4 (1 điểm) Bác Năm có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều rộng là x (m), ($x > 11$) và chiều dài hơn chiều rộng 9 (m). Bác Năm dùng một phần đất hình chữ nhật để làm nhà ở như hình vẽ.



a) **Viết biểu thức thu gọn biểu diễn diện tích phần làm nhà ở theo x .**

Chiều dài phần nhà ở là : $x + 9 - 15 = x - 6$ (m)

Chiều rộng phần nhà ở là: $x - 11$ (m)

Vậy diện tích phần nhà ở là: $S_{\text{nà}} = (x - 6)(x - 11) = x^2 - 11x - 6x + 66$
 $= x^2 - 17x + 66$ (m²). Với ($x > 11$)

b) **Tìm chiều dài, chiều rộng của mảnh đất, biết diện tích mảnh đất gấp 8 lần diện tích làm nhà ở.**

Diện tích toàn bộ mảnh đất là: $S = x(x + 9) = x^2 + 9x$ (m²)

Vì diện tích mảnh đất gấp 8 lần diện tích làm nhà ở nên ta có phương trình:

$$x^2 + 9x = 8(x^2 - 17x + 66).$$

$$7x^2 - 145x + 528 = 0$$

Giải phương trình ta được : $x = 16$ (nhận) hoặc $x = \frac{33}{7}$ (loại vì điều kiện $x > 11$)

Vậy chiều rộng mảnh đất là **16 m**, chiều dài mảnh đất là: $16 + 9 = 25$ m.

Bài 5 (1 điểm) Một bình inox có cấu tạo gồm hai phần: phần thân có dạng hình trụ có chiều cao 20 cm và bán kính đáy là 4 cm, phần nắp có dạng nửa hình cầu có đường kính bằng với đường kính đáy của phần thân.

a) **Tính thể tích không gian bên trong của cái bình trên nếu bỏ qua độ dày của vỏ bình**

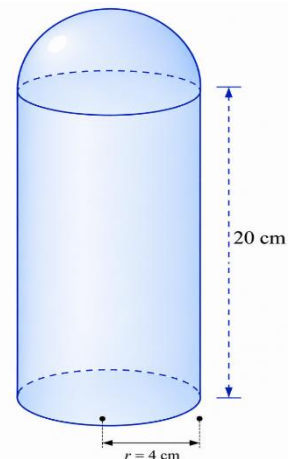
(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm³)

Thể tích của hình trụ là: $V_{\text{trụ}} = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 20 = 320\pi$ (cm³)

Thể tích của nửa khối cầu là: $V_{\text{nửa cầu}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 4^3 = \frac{128\pi}{3}$ (cm³)

Vậy thể tích không gian bên trong của bình là:

$$V = 320\pi + \frac{128\pi}{3} = \frac{1088\pi}{3} \approx 1139 \text{ (cm}^3\text{)}$$



b) **Chi phí sơn mặt ngoài của bình**

Diện tích phần mặt ngoài của bình gồm diện tích xung quanh hình trụ, diện tích hình tròn đáy của hình trụ và diện tích bề mặt của nửa khối cầu phía trên.

Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 4 \cdot 20 = 160\pi$ (cm²)

Diện tích hình tròn đáy là: $S_d = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$ (cm²)

Diện tích bề mặt của nửa khối cầu là: $S_{\text{nửa cầu}} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot 4^2 = 32\pi$ (cm²)

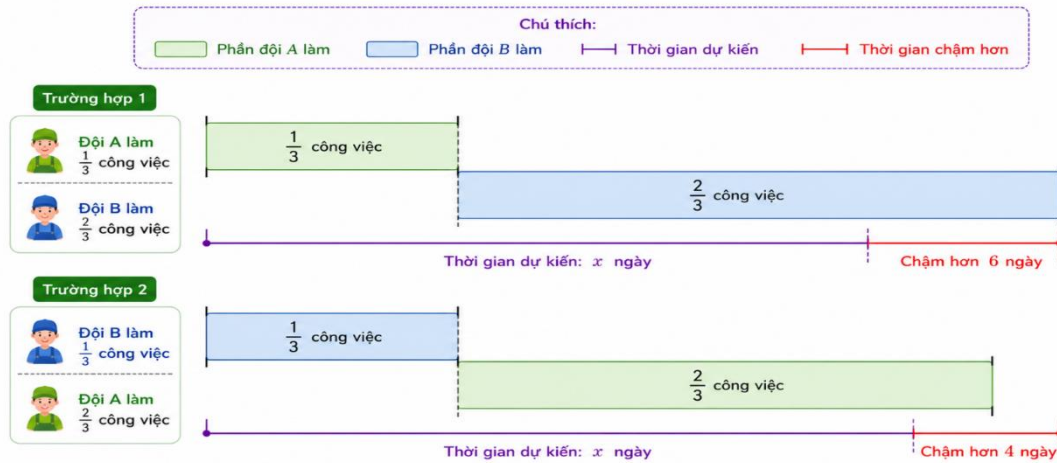
Do đó, tổng diện tích mặt ngoài của bình là: $S = 160\pi + 16\pi + 32\pi = 208\pi$ (cm²)

Đổi sang mét vuông: $S = \frac{208\pi}{10000}$ (m²)

Chi phí sơn: $\frac{208\pi}{10000} \cdot 210000 = 13715,52$ (đồng)

Làm tròn đến nghìn đồng: **14 000 đồng**

Bài 6 (1,0 điểm) Hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc trong một số ngày. Nếu đội A làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội B làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 6 ngày. Nếu đội B làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội A làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 4 ngày. Hỏi hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc này trong bao nhiêu ngày? (Giả sử năng suất của hai đội A và B là không đổi.)



Gọi x (ngày), y (ngày) là thời gian đội A và đội B làm một mình để hoàn thành toàn bộ công việc là x ($x, y > 0$)

Trong 1 ngày, đội A làm được: $\frac{1}{x}$ công việc.

Trong 1 ngày, đội B làm được: $\frac{1}{y}$ công việc.

Khi đó, cả hai đội cùng làm được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ công việc.

- Đội A làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội B làm phần còn lại ($\frac{2}{3}$ công việc).

Khi đó, thời gian đội A làm là: $\frac{1}{3}x$ (ngày) và thời gian đội B làm là: $\frac{2}{3}y$ (ngày)

Vì thời gian này chậm hơn dự kiến 6 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 6 \quad (1)$$

- Đội B làm $\frac{1}{3}$ công việc rồi đội A làm phần còn lại ($\frac{2}{3}$ công việc).

Khi đó, thời gian đội B làm là: $\frac{1}{3}y$ và thời gian đội A làm là: $\frac{2}{3}x$.

Vì thời gian này chậm hơn dự kiến 4 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 4 \quad (2)$$

Trừ từng vế của hai phương trình (1), (2) ta được: $\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y\right) - \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y\right) = 6 - 4$

$$-\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = 2 \text{ suy ra } y = x + 6.$$

Thay $y = x + 6$ vào phương trình (1), ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}(x + 6) - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 6}\right) &= 6 \\ x(2x + 6) - (x^2 + 6x) &= 2(2x + 6) \\ 2x^2 + 6x - x^2 - 6x &= 4x + 12 \\ x^2 - 4x - 12 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình ta được :

$$x = -2 \text{ (loại vì } x > 0) \text{ hoặc } x = 6 \text{ (nhận)}$$

Với $x = 6$, suy ra: $y = x + 6 = 12$

Vậy mỗi ngày hai đội làm chung sẽ hoàn thành được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$ công việc.

Vậy hoàn thành công việc thì hai đội phải làm trong **4 ngày**.

Bài 7. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$ ($AB < AC$) có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

Xét $\triangle BEC$, ta có $BE \perp AC$ (do BE là đường cao).

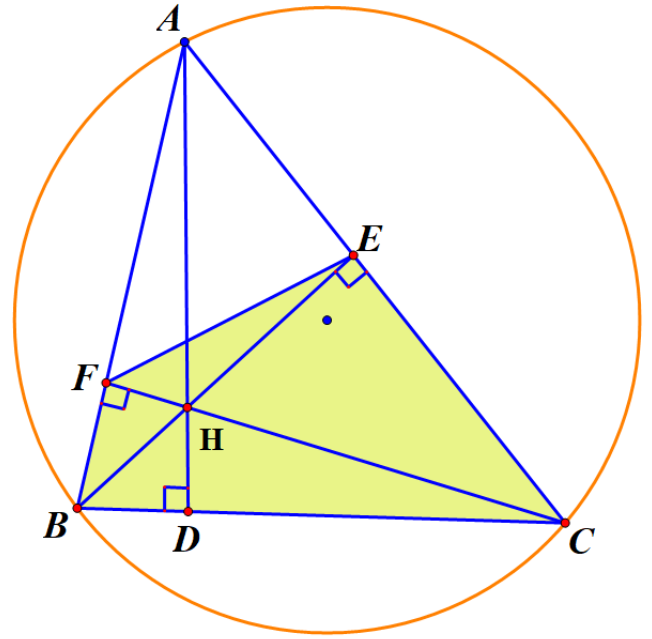
$\triangle BEC$ vuông tại E , nên 3 điểm B, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC . (1)

Xét $\triangle BFC$, ta có $CF \perp AB$ (do CF là đường cao).

$\triangle BFC$ vuông tại F , nên 3 điểm B, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC . (2)

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm B, F, E, C cùng nằm trên một đường tròn đường kính BC .

Vậy tứ giác $BFEC$ nội tiếp (đpcm).



b) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) .

b1) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle AKC$

Xét đường tròn (O) , có $\widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AK)

Xét $\triangle ABD \triangle AKC$, ta có:

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90^\circ.$$

$\widehat{ABD} = \widehat{AKC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của đường tròn (O)).

Suy ra: $\triangle ABD \sim \triangle AKC$ (g.g). (đpcm)

b2) Chứng minh $AF \cdot AK = AH \cdot AC$

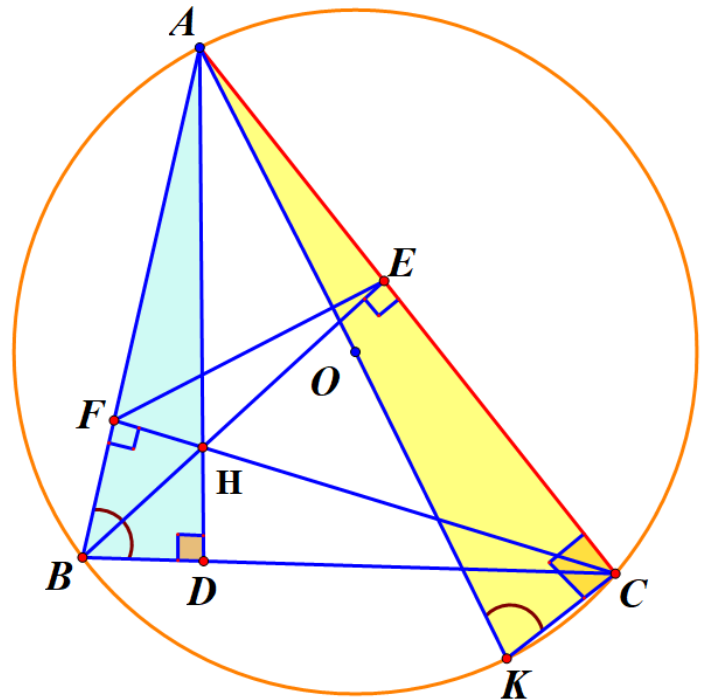
$\triangle ABD \sim \triangle AKC$ (chứng minh trên)

$$\text{Suy ra: } \frac{AB}{AK} = \frac{AD}{AC}.$$

Xét $\triangle AFH$ vuông tại F và $\triangle ADB$ vuông tại D , ta có:

$$\frac{AC}{AK} = \frac{AD}{AB} = \cos \widehat{DAB} = \frac{AF}{AH}.$$

$$\text{Vậy: } \frac{AC}{AK} = \frac{AF}{AH} \text{ suy ra } AF \cdot AK = AH \cdot AC \text{ (đpcm).}$$



c) Gọi I là giao điểm của EF và AH ; J là giao điểm của AK và BC .

i) Chứng minh $HK \parallel IJ$.

Vì tứ giác $BFEC$ nội tiếp nên: $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ (do cùng bù với \widehat{EFB} bằng 180°).

Xét $\triangle AIF$ và $\triangle AJC$,

ta có: $\widehat{AFI} = \widehat{ACJ}$ (do $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$),

$\widehat{FAI} = \widehat{CAJ}$ (do $\widehat{BAD} = \widehat{KAC}$).

Suy ra: $\triangle AIF \sim \triangle AJC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AI}{AJ} = \frac{AF}{AC}$$

mà $\frac{AH}{AK} = \frac{AF}{AC}$ (do $\triangle AFH \sim \triangle AKC$ theo câu b)

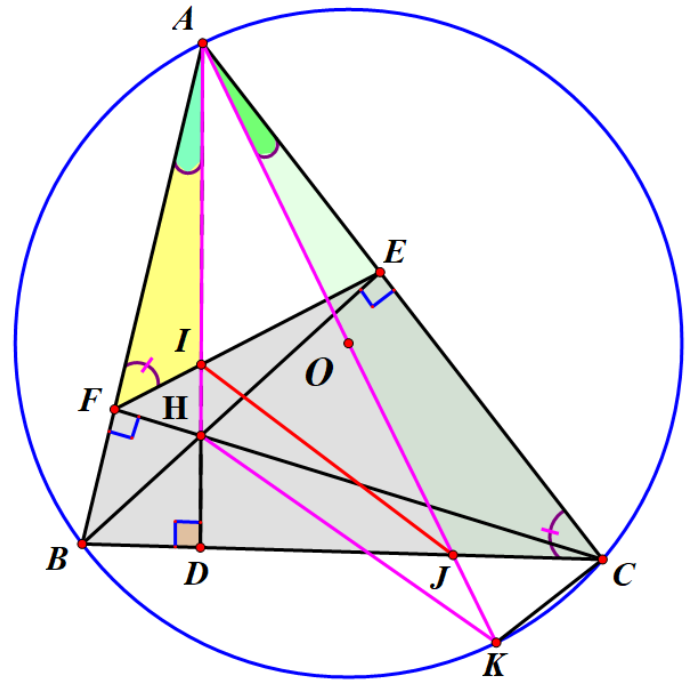
$$\Rightarrow \frac{AI}{AJ} = \frac{AH}{AK}$$

$$\Rightarrow \frac{AI}{AH} = \frac{AJ}{AK}$$

Xét $\triangle AHK$:

$$\text{Ta có: } \frac{AI}{AH} = \frac{AJ}{AK}$$

$\Rightarrow IJ \parallel HK$ (Ta lét đảo) (đpcm).



ii) Biết $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$, tính diện tích tam giác IHJ theo R .

Có: $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$

nên: $\widehat{ABC} = 75^\circ$.

Do đó: $\widehat{BAD} = \widehat{JAC} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 15^\circ$.

Suy ra: $\widehat{HAK} = 30^\circ$, $\widehat{BAK} = 45^\circ$.

Do $\triangle BAK$ vuông cân tại B , suy ra: $AB = \sqrt{2}R$.

Lại có: $\widehat{OBA} = 45^\circ$ nên: $\widehat{OBJ} = 30^\circ$.

Từ đó xét tam giác OBJ vuông tại O , ta có:

$$OJ = OB \tan 30^\circ = \frac{R}{\sqrt{3}} \text{ Do đó: } AJ = AO + OJ = R + \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{3}}{3}R.$$

Hạ $HF \perp AK$, khi đó: $HF = AH \sin \widehat{HAK} = \frac{AH}{2}$.

$$\text{Mà: } \cos \widehat{BAC} = \frac{AF}{AC} = \frac{AI}{AJ} = \frac{AH}{AK} = \frac{1}{2}$$

$$\text{nên: } AH = \frac{AK}{2} = R.$$

$$\text{Do đó: } HF = \frac{R}{2}. \text{ Suy ra: } S_{\triangle AHK} = \frac{1}{2} \cdot HF \cdot AK = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{2} \cdot 2R = \frac{R^2}{2}.$$

$$\text{Đặt: } k = \frac{AJ}{AK} = \frac{\frac{3+\sqrt{3}}{3}R}{2R} = \frac{3+\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Khi đó: } \frac{S_{\triangle AIJ}}{S_{\triangle AHK}} = k^2 \text{ và } \frac{S_{\triangle AHJ}}{S_{\triangle AHK}} = \frac{AJ}{AK} = k.$$

$$\text{Vậy: } S_{IHJ} = S_{AHJ} - S_{AIJ} = (k - k^2) S_{AHK} = \left(\frac{3+\sqrt{3}}{6} - \left(\frac{3+\sqrt{3}}{6} \right)^2 \right) \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{12}.$$

$$\text{Suy ra: } S_{\triangle IHJ} = \frac{R^2}{12}$$

