

ĐỀ BÀI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$

- a) Vẽ đồ thị P của hàm số trên
- b) Tìm điểm A thuộc P có hoành độ $x = -4$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$, (tham số m)

a) Chứng tỏ phương trình có nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

b) Đặt $A = 2x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2$

+ Chứng minh $A = 8m^2 - 18m + 9$

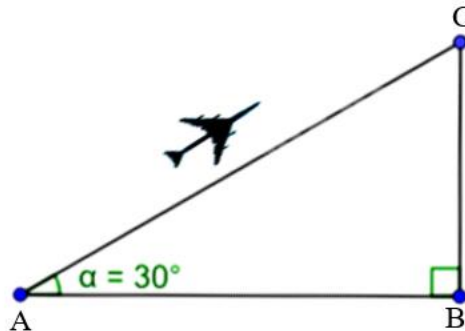
+ Tìm m sao cho $A = 27$

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Trị giá xuất khẩu hải sản (đơn vị: nghìn đô là Mỹ) của Việt Nam sang Cộng đồng các nước châu Âu (EU) trong các tháng 9, 10, 11, 12 của năm 2022 lần lượt như sau: 90 154; 89412; 72134; 81904. Lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó.

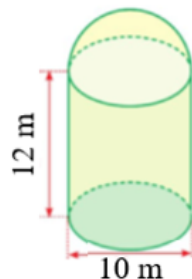
b) Một nhóm học sinh gồm 10 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh đi lên bảng làm bài tập. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ?

Câu 4. (1,0 điểm) Một chiếc máy bay bay lên với tốc độ 450 km/h. đường bay tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Gọi x (h) là thời gian bay lên, S là quãng đường bay lên.



- a) Hãy biểu diễn S theo x .
- b) Tìm x khi máy bay cách mặt đất 15km theo phương thẳng đứng?

Câu 5. (1,0 điểm) Một kho chứa ngũ cốc có dạng một hình trụ và một mái vòm có dạng nửa hình cầu. Phần hình trụ có đường kính đáy là 10 m và chiều cao là 12 m. Phần mái vòm là nửa hình cầu đường kính 10 m (Hình 42). Tính



- a) Dung tích của kho (bỏ qua bề dày của tường nhà kho)? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- b) Chi phí xây dựng nhà kho biết rằng mỗi mét vuông phải trả là 1 000 000 đồng (tính cả nền nhà kho). (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

Câu 6. (1,0 điểm) Có hai loại quặng sắt: quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Tính khối lượng quặng mỗi loại đem trộn lúc đầu.

Câu 7: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $O; R$. Kẻ đường cao BE và CF cắt nhau tại H . Gọi M, I lần lượt là trung điểm của BC và AH .

a) Chứng minh các tứ giác $BCEF$, $AEHF$ nội tiếp và $AF \cdot AB = AE \cdot AC$

b) Gọi N là giao điểm của AH và EF , K là giao điểm của đường thẳng BC và đường thẳng EF . Chứng minh MN vuông góc KI .

c) Cho $BAC = 60^\circ$. Tính độ dài BC và diện tích hình quạt OBC của (O) theo R

☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$

- a) Vẽ đồ thị P của hàm số trên
b) Tìm điểm A thuộc P có hoành độ $x = -4$

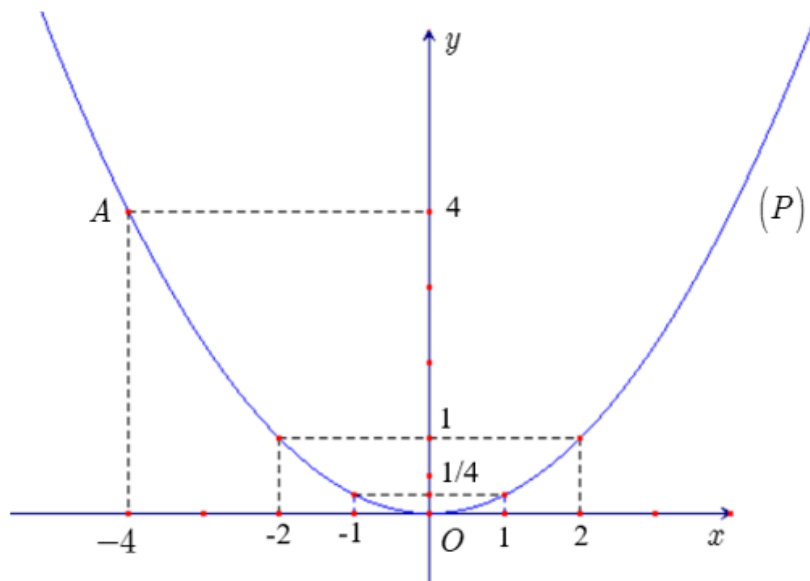
Lời giải

- a) Vẽ đồ thị P của hàm số trên

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{4}x^2$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ là một đường parabol đỉnh O , đi qua các điểm trên và có dạng như dưới đây.



- b) Tìm điểm A thuộc P có hoành độ $x = -4$

Ta có $x = -4$ nên $y = \frac{1}{4} \cdot (-4)^2 = 4$

Vậy điểm A $-4; 4$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$, (tham số m)

- a) Chứng tỏ phương trình có nghiệm x_1, x_2 với mọi m .
b) Đặt $A = 2x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2$

+ Chứng minh $A = 8m^2 - 18m + 9$

+ Tìm giá trị nguyên của m sao cho $A = 27$

Lời giải

- a) Chứng tỏ phương trình có nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

$$x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0 \quad (1)$$

Ta có $\Delta = -2m^2 - 4(2m - 1) = 4m^2 - 8m + 4 = 4(m - 1)^2 \geq 0$ với mọi m

Vậy phương trình luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi m

- b) Theo hệ thức Vi et, ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = 2m - 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
+ A &= 2x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 \\
&= 2x_1^2 + x_2^2 - 9x_1x_2 \\
&= 2(2m)^2 - 9(2m) - 1 = 8m^2 - 18m + 9
\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = 8m^2 - 18m + 9$$

$$+ A = 27 \Rightarrow 8m^2 - 18m + 9 = 27$$

$$8m^2 - 18m - 18 = 0$$

$$\Delta = (-18)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-18) = 900 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 30$$

$$m_1 = \frac{18 - 30}{2 \cdot 8} = \frac{-3}{4} \text{ (loại)}$$

$$m_2 = \frac{18 + 30}{2 \cdot 8} = 3$$

$$\text{Vậy } m = 3$$

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Trị giá xuất khẩu hải sản (đơn vị: nghìn đô la Mỹ) của Việt Nam sang Cộng đồng các nước châu Âu (EU) trong các tháng 9, 10, 11, 12 của năm 2022 lần lượt như sau: 90 154; 89 412; 72 134; 81 904. Lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó.

b) Một nhóm học sinh gồm 10 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh đi lên bảng làm bài tập. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ?

Lời giải

a) Bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó như sau

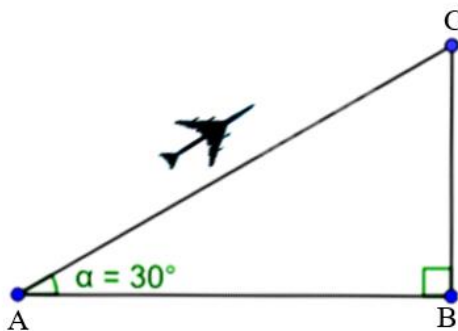
Tháng	9	10	11	12
Trị giá xuất khẩu hải sản (đơn vị: nghìn đô la Mỹ)	90 154	89 412	72 134	81 904

b) Có 15 cách chọn một học sinh trong nhóm.

Có 5 cách chọn một học sinh nữ.

$$\text{Xác suất để chọn được một học sinh nữ là: } P = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Câu 4. (1,0 điểm) Một chiếc máy bay bay lên với tốc độ 450 km/h. đường bay tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Gọi x (giờ) là thời gian bay lên, S là quãng đường bay lên.



a) Hãy biểu diễn S theo x .

b) Tìm x khi máy bay cách mặt đất 15km theo phương thẳng đứng?

Lời giải

a) Quãng đường bay lên là : $S = 450x$ (km)

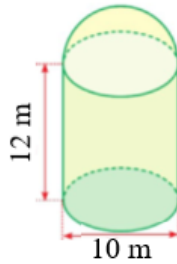
b) Trong $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có $BC = AC \sin 30^\circ$, $AC = 450x$,
 $450x \sin 30^\circ = 15$

$$x = \frac{15}{450 \sin 30^\circ} = \frac{1}{15} \text{ (h)} = 4 \text{ phút}$$

Vậy $x = 4$ (phút)

Câu 5. (1,0 điểm)

Một kho chứa ngũ cốc có dạng một hình trụ và một mái vòm có dạng nửa hình cầu. Phần hình trụ có đường kính đáy là 10 m và chiều cao là 12 m. Phần mái vòm là nửa hình cầu đường kính 10 m (Hình 42). Tính



- a) Dung tích của kho (bỏ qua bề dày của tường nhà kho)? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
b) Chi phí xây dựng nhà kho biết rằng mỗi mét vuông phải trả là 1 000 000 đồng (tính cả nền nhà kho). (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

Lời giải

a) Thể tích phần hình trụ là : $V_1 = \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 300\pi \text{ (m}^3\text{)}$.

Thể tích phần mái vòm nửa hình cầu là: $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi \cdot 5^3}{3} = \frac{250\pi}{3} \text{ (m}^3\text{)}$

Thể tích của kho chứa ngũ cốc là: $V = V_1 + V_2 = 300\pi + \frac{250\pi}{3} = \frac{1150\pi}{3} \approx 1204 \text{ (m}^3\text{)}$

Vậy dung tích của kho là 1204 (m³)

b) Diện tích xung quanh của phần hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi \cdot 5 \cdot 12 = 120\pi \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích mái vòm nửa hình cầu là: $S_v = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 5^2 = 50\pi \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích nền nhà kho là: $S_d = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{ (m}^2\text{)}$

Tổng diện tích nhà kho là: $S = S_{xq} + S_v + S_d = 120\pi + 50\pi + 25\pi = 195\pi \text{ (m}^2\text{)}$

Vậy chi phí xây dựng nhà kho là: $T = 195\pi \cdot 1000000 = 612611000 \text{ (đồng)}$

Câu 6. (1,0 điểm)

Nhà máy luyện thép hiện có sẵn loại thép chứa 10% carbon và loại thép chứa 20% carbon. Giả sử trong quá trình luyện thép các nguyên liệu không bị hao hụt. Tính khối lượng thép mỗi loại cần dùng để luyện được 1000 tấn thép chứa 16% carbon từ hai loại thép trên.

Lời giải

Gọi x (tấn), y (tấn) lần lượt là khối lượng thép chứa 10% carbon và khối lượng thép chứa 20% carbon cần dùng ($x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*$).

Khối lượng thép chứa 16% carbon được luyện từ hai loại thép trên bằng khối lượng thép chứa 10% carbon và khối lượng thép chứa 20% carbon.

Theo đề bài, ta cần pha chế 1000 tấn thép chứa 16% carbon nên ta có

$$x + y = 1000 \quad (1)$$

Khối lượng thép chứa 10% nguyên chất là: $10\% \cdot x = 0,1x$ (tấn).

Khối lượng thép chứa 20% nguyên chất là: $20\% \cdot y = 0,2y$ (tấn).

Khối lượng thép chứa 16% nguyên chất là: $1000 \cdot 16\% = 160$ (tấn).

Do đó, tổng số gam acid HCl nguyên chất có trong hai dung dịch acid này là:

$$0,1x + 0,2y = 160 \cdot (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ 0,1x + 0,2y = 160 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ x + 2y = 1600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ y = 600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases} \text{ (Thoả mãn điều kiện)}$$

Vậy để luyện được 1000 tấn thép chứa 16% carbon thì cần dùng 400 tấn thép chứa 10% carbon và 600 tấn thép chứa 20% carbon.

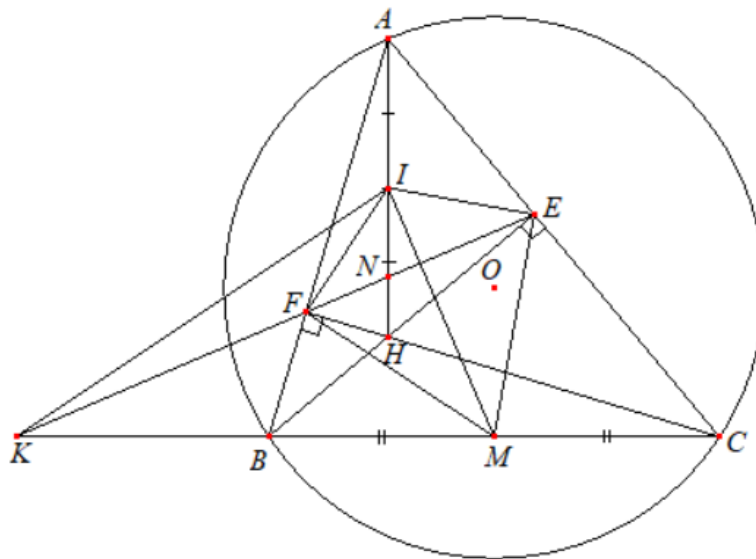
Câu 7: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Kẻ đường cao BE và CF cắt nhau tại H . Gọi M, I lần lượt là trung điểm của BC và AH .

a) Chứng minh các tứ giác $BCEF$, $AEHF$ nội tiếp và $AF \cdot AB = AE \cdot AC$

b) Gọi N là giao điểm của AH và EF , K là giao điểm của đường thẳng BC và đường thẳng EF . Chứng minh MN vuông góc KI .

c) Cho $BAC = 60^\circ$. Tính độ dài BC và diện tích hình quạt OBC của (O) theo R

Lời giải



a) Chứng minh các tứ giác $BCEF$, $AEHF$ nội tiếp và $AF \cdot AB = AE \cdot AC$

Trong $\triangle BEC$ vuông tại E có EM là đường trung tuyến hạ xuống cạnh huyền

$$\text{Nên } EM = MB = MC = \frac{1}{2} BC \quad (1)$$

Trong $\triangle BFC$ vuông tại F có FM là đường trung tuyến hạ xuống cạnh huyền

$$\text{Nên } FM = MB = MC = \frac{1}{2} BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $EM = FM = MB = MC$

Suy ra bốn điểm E, F, B, C nằm trên đường tròn tâm M đường kính BC

Hay tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn $(M; MB)$

Chứng minh tương tự ta có tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn $(I; IA)$

* CM: $AF \cdot AB = AE \cdot AC$

Xét $\triangle AFC$ và $\triangle AEB$ có

$$\angle AFC = \angle AEB = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$\angle FAC = \angle EAB \text{ (A chung)}$$

Vậy $\triangle AFC \sim \triangle AEB$ (g-g)

$$\text{Suy ra } \frac{AF}{AE} = \frac{AC}{AB} \text{ hay } AF \cdot AB = AE \cdot AC$$

b) Gọi N là giao điểm của AH và EF , K là giao điểm của đường thẳng BC và đường thẳng EF . Chứng minh MN vuông góc KI .

Ta có $ME = MF$ (chứng minh trên)

$$IE = IF$$

Nên MI là đường trung trực của EF

Suy ra $MI \perp EF$ hay $KN \perp MI$

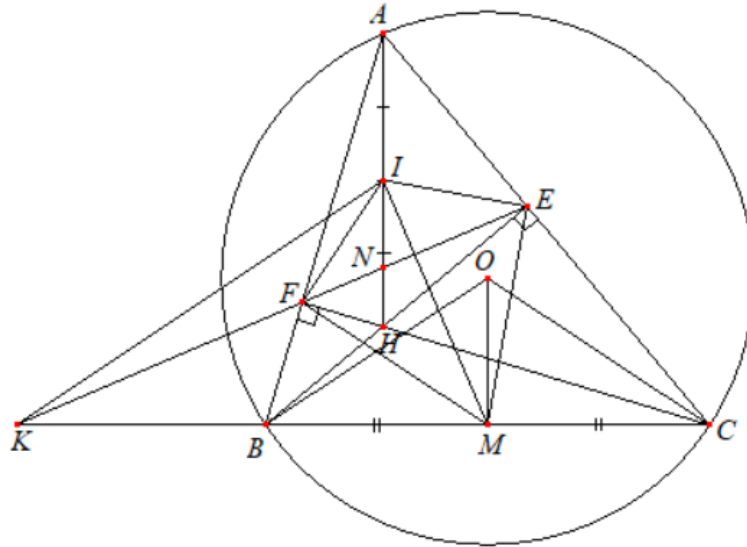
Trong $\triangle ABC$ có H là trực tâm

Nên $AH \perp BC$ suy ra $IH \perp KM$

Trong $\triangle KIM$ có đường cao KN, IH cắt nhau tại N

Nên N là trực tâm của $\triangle KIM$

Suy ra $MN \perp KI$.



c) Cho $BAC = 60^\circ$. Tính độ dài BC và diện tích hình quạt OBC của (O) theo R .

Ta có $BOC = 2BAC = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC)

$\triangle OBC$ cân tại O có OM là đường trung tuyến nên cũng là đường cao, đường phân giác

Suy ra $OM \perp BC$ và $MOC = \frac{1}{2}BOC = 60^\circ$

Trong $\triangle OMC$ vuông tại M

Nên $MC = OC \cdot \sin MOC = R \sin 60^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $BC = 2MC = R\sqrt{3}$

Diện tích hình quạt OBC là $S_{\text{quat}OBC} = \frac{\pi R^2 \cdot 120}{360} = \frac{\pi R^2}{3}$