

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{4}$

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.
- Tìm những điểm thuộc (P) có hoành độ bằng 2 lần tung độ.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $3x^2 - 8x + 2 = 0$

- Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{x_1}{x_2 - 2025} + \frac{x_2}{x_1 - 2025}$$

Bài 3. (1,5 điểm) Cuối năm học 2024 – 2025 nhà trường tổ chức lễ tổng kết năm học. Lớp 9A đăng ký một tiết mục văn nghệ, trong lớp có 2 bạn nam hát hay là Tuấn và Hùng; 2 bạn nữ hát hay là Lan và Hồng. Giáo viên chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 2 bạn để hát song ca.

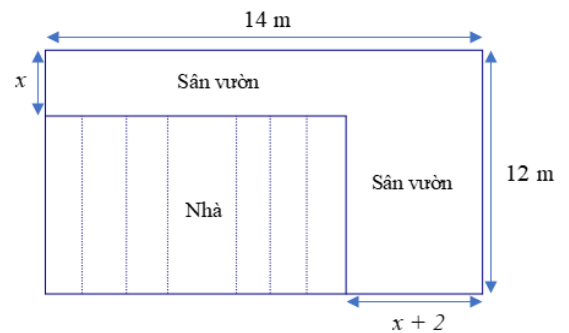
- Hãy liệt kê các cách chọn ngẫu nhiên 2 bạn để hát song ca.
- Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Trong 2 bạn được chọn có 1 bạn nam và một bạn nữ”

B: “Trong 2 bạn được chọn, có bạn Lan”

Bài 4. (1 điểm) Bác Minh có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều dài 14 m và chiều rộng 12 m. Bác dự định xây nhà trên mảnh đất đó và dành một phần diện tích đất để làm sân vườn như hình vẽ.

- Hãy viết biểu thức thu gọn tính diện tích sân vườn theo x .
- Biết diện tích làm nhà là 100 m^2 . Tìm giá trị của x ?



Bài 5. (1 điểm) Cho hình bên là một thúng gạo vun đầy. Thúng có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 15cm.

- Tính thể tích phần gạo trong thúng. (làm tròn đến phần mười).

Biết thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, hình trụ là $V = \pi R^2 h$ và hình

cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$



b) Nhà Dũng dùng lon sữa bò cũ có dạng hình trụ (bán kính đáy bằng 5cm, chiều cao 15cm) để đựng gạo mỗi ngày. Biết mỗi ngày nhà Dũng ăn 5 lon gạo và mỗi lần đựng thì lượng gạo chiếm 90% thể tích lon. Hỏi với lượng gạo ở thúng trên thì nhà Dũng có thể ăn nhiều nhất là bao nhiêu ngày.

Bài 6. (1,0 điểm) Có hai quặng sắt: quặng I chứa 70% sắt, quặng II chứa 40% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại I với một lượng quặng loại II thì được hỗn hợp quặng chứa 60% sắt. Nếu lấy tăng hơn

lúc đầu 5 tấn quặng loại I và lấy giảm hơn lúc đầu 5 tấn quặng loại II thì được hỗn hợp quặng chứa 65% sắt. Tính khối lượng mỗi loại quặng đem trộn lúc đầu?

Bài 7. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại M , tia AM cắt đường tròn (O) tại điểm D .

a) Chứng minh rằng tứ giác $OBMC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh $MB^2 = MD.MA$

c) Gọi E là trung điểm đoạn thẳng AD ; tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm F . Chứng minh rằng: $BF \parallel AM$.

GIẢI ĐỀ THAM KHẢO:

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{4}$

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.

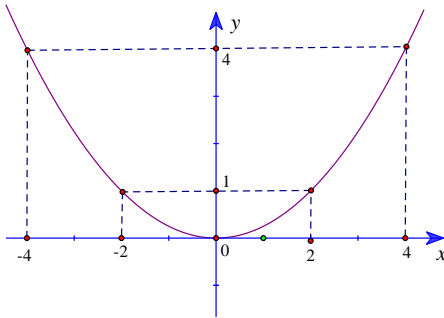
b) Tìm những điểm thuộc (P) có hoành độ bằng 2 lần tung độ.

Giải:

a) Bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{4}$	4	1	0	1	4

Đồ thị:



b) Tìm những điểm thuộc (P) có hoành độ bằng 2 lần tung độ.

Gọi các điểm thuộc P có hoành độ bằng 2 lần tung độ có dạng $(x; y)$, ($x \neq 0, y \neq 0$)

Theo đề bài ta có $x = 2y$ thay vào hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ ta được:

$$y = \frac{(2y)^2}{4}$$

$$y = \frac{4y^2}{4}$$

$$y = y^2$$

$$y(y-1) = 0$$

$$y = 0 \text{ (loại)} \text{ và } y = 1 \text{ (nhận)}$$

$$\text{Khi } y = 1 \text{ thì } x = 2$$

Vậy điểm cần tìm là (2; 1)

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $3x^2 - 8x + 2 = 0$

a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{x_1}{x_2 - 2025} + \frac{x_2}{x_1 - 2025}$$

Giải:

a) Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4.3.2 = 40 > 0$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Theo hệ thức Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{8}{3}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{x_1}{x_2 - 2025} + \frac{x_2}{x_1 - 2025} = \frac{x_1(x_1 - 2025) + x_2(x_2 - 2025)}{(x_2 - 2025)(x_1 - 2025)} = \frac{x_1^2 - 2025x_1 + x_2^2 - 2025x_2}{x_1x_2 - 2025x_1 - 2025x_2 + 4100625} \\ &= \frac{(x_1^2 + x_2^2) - 2025(x_1 + x_2)}{x_1x_2 - 2025(x_1 + x_2) + 4100625} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2025(x_1 + x_2)}{x_1x_2 - 2025(x_1 + x_2) + 4100625} = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} - 2025 \cdot \frac{8}{3}}{\frac{2}{3} - 2025 \cdot \frac{8}{3} + 4100625} = \frac{-48548}{36857031} \end{aligned}$$

Bài 3. (1,5 điểm) Cuối năm học 2024 – 2025 nhà trường tổ chức lễ tổng kết năm học. Lớp 9A đăng ký một tiết mục văn nghệ, trong lớp có 2 bạn nam hát hay là Tuấn và Hùng; 2 bạn nữ hát hay là Lan và Hồng. Giáo viên chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 2 bạn để hát song ca.

a) Hãy liệt kê các cách chọn ngẫu nhiên 2 bạn để hát song ca.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Trong 2 bạn được chọn có 1 bạn nam và một bạn nữ”

B: “Trong 2 bạn được chọn, có bạn Lan”

Giải:

a) Các cách chọn 2 bạn để hát song ca là: Tuấn và Hùng; Tuấn và Lan; Tuấn và Hồng; Hùng và Lan; Hùng và Hồng; Lan và Hồng. (6 cách)

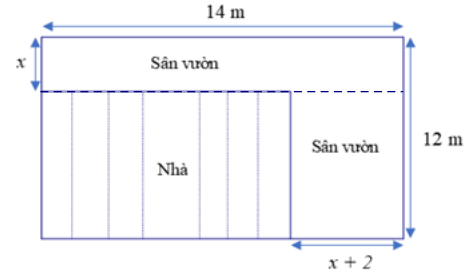
b) Các cách chọn để biến cố A xảy ra: Tuấn và Lan; Hùng và Lan; Tuấn và Hồng; Hùng và Hồng. (4 cách)

$$\text{Xác suất của biến cố A: } P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Các cách chọn để biến cố B xảy ra: Lan và Tuấn; Lan và Hùng; Lan và Hồng. (3 cách)

$$\text{Xác suất của biến cố B: } P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Bài 4. (1 điểm) Bác Minh có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều dài 14 m và chiều rộng 12 m. Bác dự định xây nhà trên mảnh đất đó và dành một phần diện tích đất để làm sân vườn như hình vẽ.



a) Hãy viết biểu thức thu gọn tính diện tích sân vườn theo x .

b) Biết diện tích làm nhà là 100 m^2 . Tìm giá trị của x ?

Giải:

a) Diện tích sân vườn là: $14x + (x + 2)(12 - x) = 14x + (x + 2)(12 - x) = -x^2 + 24x + 24 (\text{m}^2)$

b) Diện tích cả mảnh đất là $14 \cdot 12 = 168 (\text{m}^2)$

Do diện tích làm nhà là 100 m^2 nên ta có phương trình:

$$-x^2 + 24x + 24 + 100 = 168$$

$$-x^2 + 24x - 44 = 0$$

$$x_1 = 2 (\text{nhận}) \text{ và } x_2 = 22 > 12 (\text{loại})$$

Vậy giá trị $x = 2$

Bài 5. (1 điểm) Cho hình bên là một thúng gạo vụn đầy. Thúng có dạng nửa hình cầu với đường kính 50 cm , phần gạo vụn lên có dạng hình nón cao 15 cm .

a) Tính thể tích phần gạo trong thúng. (làm tròn đến phần mười).

Biết thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, hình trụ là $V = \pi R^2 h$ và hình

cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$



b) Nhà Dũng dùng lon sữa bò cũ có dạng hình trụ (bán kính đáy bằng 5 cm , chiều cao 15 cm) để đựng gạo mỗi ngày. Biết mỗi ngày nhà Dũng ăn 5 lon gạo và mỗi lần đựng thì lượng gạo chiếm 90% thể tích lon. Hỏi với lượng gạo ở thúng trên thì nhà Dũng có thể ăn nhiều nhất là bao nhiêu ngày.

Giải:

a) Thể tích gạo trong thúng là:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 + \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{50}{2}\right)^3 + \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{50}{2}\right)^2 \cdot 15 = \frac{40625\pi}{3} \approx 42542,4 (\text{cm}^3)$$

b) Thể tích gạo nhà bạn Dũng ăn một ngày là :

$$V' = 5 \cdot \pi R^2 h \cdot 90\% = 5 \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 15 \cdot 90\% = \frac{3375\pi}{2} \approx 5301,4 (cm^3)$$

Số ngày nhà bạn Dũng ăn hết thúng gạo là $42542,4 : 5301,4 \approx 8$ (ngày)

Bài 6. (1,0 điểm) Có hai quặng sắt: quặng I chứa 70% sắt, quặng II chứa 40% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại I với một lượng quặng loại II thì được hỗn hợp quặng chứa 60% sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu 5 tấn quặng loại I và lấy giảm hơn lúc đầu 5 tấn quặng loại II thì được hỗn hợp quặng chứa 65% sắt. Tính khối lượng mỗi loại quặng đem trộn lúc đầu?

Giải:

Gọi khối lượng quặng loại I và loại II đem trộn lúc đầu lần lượt là x (tấn) và y (tấn) ($x > 0, y > 5$)

Tổng khối lượng sắt của hai loại quặng là: $70\%x + 40\%y = 0,7x + 0,4y$ (tấn)

Khối lượng quặng của hỗn hợp sau khi trộn là: $x + y$ (tấn)

Sau khi trộn, được hỗn hợp quặng chứa 60% sắt nên ta có phương trình:

$$\frac{0,7x + 0,4y}{x + y} \cdot 100\% = 60\%$$

$$x - 2y = 0 \quad (1)$$

Khối lượng quặng sau khi tăng giảm loại I và loại II là : $(x + 5) + (y - 5) = x + y$ (tấn)

Tổng khối lượng sắt sau khi tăng, giảm là : $70\%(x + 5) + 40\%(y - 5) = 0,7(x + 5) + 0,4(y - 5)$ (tấn)

Sau khi trộn hai loại quặng (lúc sau) được hỗn hợp quặng chứa 65% sắt, ta có phương trình:

$$\frac{0,7(x + 5) + 0,4(y - 5)}{x + y} \cdot 100\% = 65\%$$

$$x - 5y = -30 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x - 5y = -30 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 20 \\ y = 10 \end{cases}$ (nhận)

Vậy: Khối lượng quặng loại I đem trộn lúc đầu là 20 tấn.

Khối lượng quặng loại II đem trộn lúc đầu là 10 tấn.

Bài 7. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại M , tia AM cắt đường tròn (O) tại điểm D .

a) Chứng minh rằng tứ giác $OBMC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh $MB^2 = MD.MA$

c) Gọi E là trung điểm đoạn thẳng AD ; tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm F . Chứng minh rằng: $BF \parallel AM$.

Giải:

a) Chứng minh rằng tứ giác $OBMC$ nội tiếp được đường tròn.

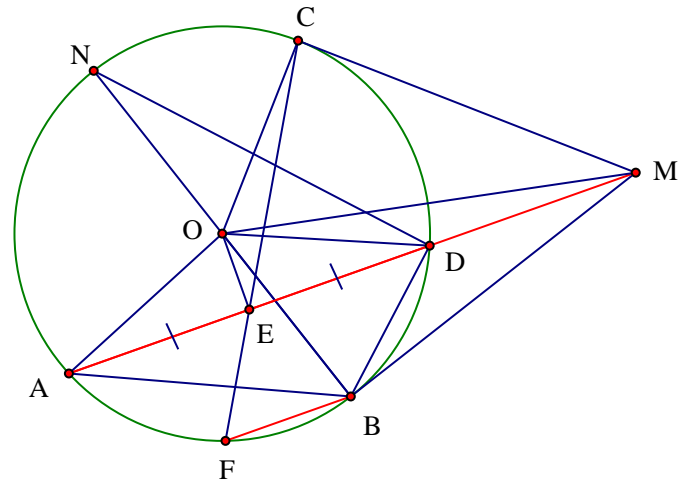
Ta có MB, MC là các tiếp tuyến của đường tròn (O)

$$\text{nên } \begin{cases} OB \perp MB \\ OC \perp MC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MBO = 90^\circ \\ MCO = 90^\circ \end{cases}$$

Xét tứ giác $OBMC$ có

$$MBO + MCO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà MBO, MCO là hai góc đối nhau nên tứ giác $OBMC$ nội tiếp.



b) Chứng minh $MB^2 = MD.MA$

Từ B kẻ đường kính BN , khi đó ta có $BDN = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$DNB = MAB \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung BD)}$$

Ta lại có: $DNB = MBD$ (cùng phụ với DBN)

Suy ra $MAB = MBD$

Xét $\triangle MBD$ và $\triangle MAB$ có:

$$\left. \begin{array}{l} MBD = MAB \\ BMA \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MBD \sim \triangle MAB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MB^2 = MA.MD$$

c) Gọi E là trung điểm đoạn thẳng AD ; tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm F . Chứng minh rằng: $BF \parallel AM$.

Xét $\triangle OAD$ cân tại O ($OA = OD$) có E là trung điểm của AD nên OE là đường trung tuyến.

Suy ra OE cũng là đường cao, nên $OE \perp AD \Rightarrow OEM = 90^\circ$

Xét tứ giác OEMC có $OEM + OCM = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà OEM, OCM là hai góc đối nhau nên tứ giác OEMC nội tiếp.

$\Rightarrow COM = CEM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CM) (1)

Ta lại có $COM = BOM = \frac{1}{2} \text{sđ } BC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $BFC = \frac{1}{2} \text{sđ } BC$ (tính chất góc nội tiếp)

$\Rightarrow COM = BFC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MEC = BFC$

Mà hai góc MEC và BFC ở vị trí đồng vị $\Rightarrow EM // BF$ hay $AM // BF$.