

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $(P): y = -x^2$

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.
- Tìm những điểm N thuộc (P) có hoành độ và tung độ là những số đối nhau.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $3x^2 + 6x - 1 = 0$.

- Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $\frac{x_2}{x_1 + 2024} + \frac{x_1}{x_2 + 2024}$

Bài 3. (1,5 điểm)

Bạn An gieo một đồng xu cân đối và bạn Bình rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ ghi các số 1, 2, 3, 4, 5. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Rút được tấm thẻ ghi số lẻ”

F: “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp”

G: “Rút được tấm thẻ ghi số 5 hoặc đồng xu xuất hiện mặt ngửa”

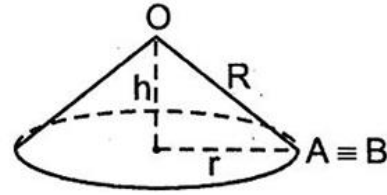
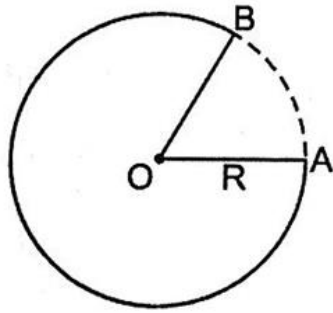
Bài 4. (1,0 điểm)

Một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao lần lượt là $4dm$, $5dm$ và $6dm$. Người ta dự tính mở rộng thêm bể cá bằng cách thêm x (dm) ($x > 0$) về phía ngoài của chiều dài, chiều rộng và chiều cao.

- Viết biểu thức S biểu diễn theo x diện tích xung quanh của bể cá sau khi mở rộng.
- Biết rằng sau khi mở rộng thì diện tích xung quanh của bể cá lớn hơn diện tích xung quanh ban đầu 100 mét vuông. Tìm giá trị của x .

Bài 5. (1,0 điểm)

Để làm mũ sinh nhật hình nón từ miếng giấy hình tròn bán kính $20cm$, bạn An cắt bỏ phần hình quạt tròn AOB với $AOB = 60^\circ$. Sau đó dán phần hình quạt lớn còn lại sao cho A trùng B để làm cái mũ.



a) Tính độ dài cung lớn AB ?

b) Hỏi thể tích của cái nón là bao nhiêu? Biết rằng $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (trong đó h là chiều cao của cái nón).

Bài 6. (1,0 điểm)

Ba chiếc bình có thể tích tổng cộng là 132 lít. Nếu đổ đầy nước vào bình thứ nhất rồi lấy nước đó đổ vào hai bình kia thì: Hoặc bình thứ ba đầy nước, còn bình thứ hai chỉ được một nửa bình. Hoặc bình thứ hai đầy nước, còn bình thứ ba chỉ được một phần ba bình. (Coi như trong quá trình đổ nước từ bình này sang bình kia lượng nước hao phí bằng không). Hãy xác định thể tích của mỗi bình.

Bài 7. (3,0 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC . Gọi E, F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC và AC .

a) Chứng minh : tứ giác $MFEC$ nội tiếp .

b) Chứng minh : $BM.EF = BA.EM$.

c) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $AB; FE$. Chứng minh : $MQ \perp PQ$.

--HẾT--

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Lập bảng giá trị của (P) 0,25đ

Vẽ (P) 0,25đ

b) Điểm có hoành độ và tung độ là những số đối nhau có dạng $N(x_0; -x_0)$ 0,25đ

$N \in (P)$ nên $-x_0 = -x_0^2$ 0,25đ

$$x_0^2 - x_0 = 0 \text{}$$

$x_0 = 0$ hoặc $x_0 = 1$ 0,25đ

Vậy điểm N cần tìm là $N(0;0)$ và $N(1;-1)$ 0,25đ

Bài 2. (1,0 điểm)

a) Phương trình $3x^2 + 6x - 1 = 0$ có $\Delta = 6^2 - 4.3.(-1) = 48$ nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt. 0,25đ

b) Theo hệ thức Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{3} \end{cases} \text{ 0,25đ}$$

Ta có:
$$\frac{x_2}{x_1 + 2} + \frac{x_1}{x_2 + 2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2(x_1 + x_2)}{x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4} \text{ 0,25đ}$$

$$= \frac{(-2)^2 - 2 \cdot \frac{-1}{3} + 2 \cdot (-2)}{\frac{-1}{3} + 2 \cdot (-2) + 4} = -2 \text{ 0,25đ}$$

Bài 3. (1,5 điểm)

Bạn An gieo một đồng xu cân đối và bạn Bình rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ ghi các số 1, 2, 3, 4, 5, suy ra $n(\Omega) = 2 \cdot 5 = 10$ 0,25đ

*E: "Rút được tấm thẻ ghi số lẻ"

- Đồng xu được gieo có thể xuất hiện mặt sấp hoặc lẹ, tấm thẻ được rút có 3 kết quả có thể (1, 3, 5)

suy ra $n(E) = 2 \cdot 3 = 6$

Do đó xác suất $P(E) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 0,25đ

* F: "Rút được tấm thẻ ghi số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp"

- Tầm thẻ được rút là số chẵn nên có 2 kết quả có thể xảy ra (2, 4); đồng xu xuất hiện mặt sấp

$$\text{Suy ra } n(F) = 2 \cdot 1 = 2 \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Do đó xác suất } P(F) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \dots\dots\dots 0,25đ$$

* G: "Rút được tầm thẻ ghi số 5 hoặc đồng xu xuất hiện mặt ngửa"

- Rút được tầm thẻ số 5 \Rightarrow có 1 khả năng xảy ra; đồng xu có thể xuất hiện mặt sấp hoặc ngửa.

- Đồng xu xuất hiện mặt ngửa \Rightarrow có 1 khả năng; tầm thẻ được rút có 5 khả năng có thể xảy ra.

$$\text{Suy ra } n(G) = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 5 = 7 \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Do đó xác suất } P(G) = \frac{7}{10} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Bài 4. (1,0 điểm)

a) Biểu thức là $S = 2(4 + x + 5 + x) \cdot (6 + x) = 4x^2 + 42x^2 + 108 \dots\dots\dots 0,5đ$

b) Diện tích xung quanh sau khi kích thước hình hộp thay đổi là

$$4x^2 + 42x^2 + 108 - 2(4 + 5)6 = 100 \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$4x^2 + 42x^2 - 100 = 0$$

$$x = 2 \text{ (nhận) hoặc } x = \frac{-25}{2} \text{ (loại)} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Bài 5. (1,0 điểm)

a) Độ dài cung lớn AB là: $l = \frac{\pi \cdot R \cdot n}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 20 \cdot (360^\circ - 60^\circ)}{180^\circ} = \frac{100}{3} \pi \text{ (cm)} \dots\dots\dots 0,25đ$

b) Độ dài cung lớn AB chính là chu vi đáy đường tròn của chiếc mũ

$$\text{Khi đó, bán kính của đáy đường tròn là: } l = 2\pi \cdot r \Rightarrow \frac{100}{3} \pi = 2\pi \cdot r \Rightarrow r = \frac{50}{3} \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Chiều cao của chiếc mũ là: } h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{20^2 - \left(\frac{50}{3}\right)^2} = \frac{10\sqrt{11}}{3} \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Thể tích chiếc mũ là: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{50}{3}\right)^2 \cdot \frac{10\sqrt{11}}{3} = \frac{25000\sqrt{11}}{81} \pi \text{ (cm}^3\text{)} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Bài 6. (1,0 điểm)

Gọi x, y (lít) lần lượt là thể tích của bình thứ 2 và bình thứ 3. ($x, y > 0$) $\dots\dots\dots 0,25đ$

Vì bình thứ 1 đổ được đầy bình thứ 3 và nửa bình thứ 2 nên thể tích bình thứ 1 là: $y + \frac{1}{2}x$ (lít)

Tổng thể tích bằng 132 lít nên: $\left(y + \frac{1}{2}x\right) + x + y = 132 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x + 2y = 132$ 0,25đ

Vì bình thứ 1 đổ được đầy bình thứ hai và $\frac{1}{3}$ bình thứ ba nên thể tích bình thứ 1 là:

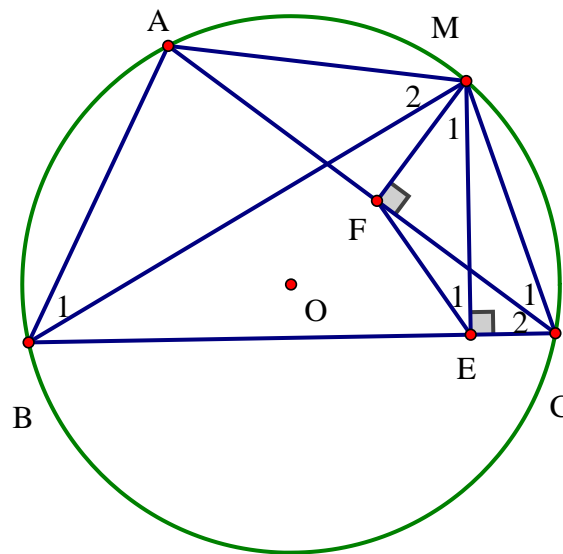
$x + \frac{1}{3}y$ (lít)

Tổng thể tích bằng 132 lít nên: $\left(x + \frac{1}{3}y\right) + x + y = 132 \Leftrightarrow 2x + \frac{4}{3}y = 132$.

Ta có hệ: $\begin{cases} \frac{3}{2}x + 2y = 132 \\ 2x + \frac{4}{3}y = 132 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 44 \\ y = 33 \end{cases}$ 0,25đ

Vậy thể tích bình thứ hai là 44 (lít), bình thứ ba là 33 (lít), bình thứ nhất là $132 - 44 - 33 = 55$ (lít) 0,25đ

Bài 7. (3 điểm)



a) Gọi I là trung điểm của MC..... 0,25đ

Xét $\triangle MFC$ vuông tại F có FI là đường trung tuyến

Nên $IM = IC = IF$ (1) 0,25đ

Xét $\triangle MEC$ vuông tại E có EI là đường trung tuyến

Nên $CI = IM = IE$ (2) 0,25đ

Từ (1) và (2) suy ra: $IM = IC = IF = IE$

Vậy Tứ giác MFEC nội tiếp 0,25đ

b)

* $B_1 = C_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AM)

$C_1 = E_1$ (tứ giác MFEC nội tiếp)

Nên $B_1 = E_1$ 0,25đ

* $M_2 = C_2$ (hai góc nội tiếp cùng chắn AM)

$C_2 = M_1$ (tứ giác MFEC nội tiếp)

Nên $M_2 = M_1$ 0,25đ

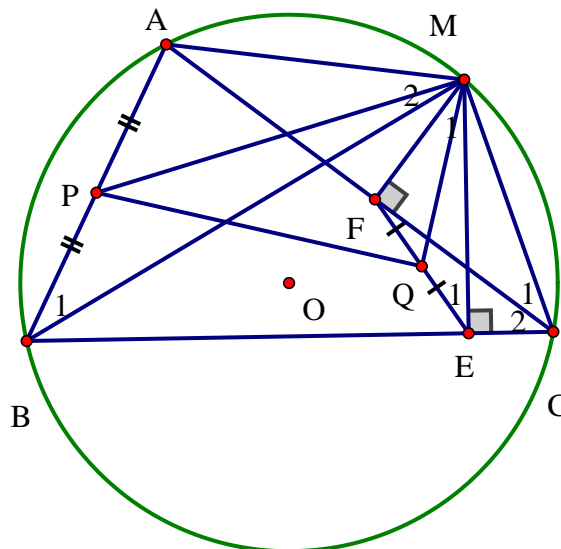
Xét ΔAMB và ΔFME có :

$$\begin{cases} M_2 = M_1 (cmt) \\ B_1 = E_1 (cmt) \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta AMB \sim \Delta FME$ (g.g)..... 0,25đ

$$\Rightarrow \frac{MB}{ME} = \frac{AB}{FE}$$

$\Rightarrow BM \cdot EF = BA \cdot EM$ 0,25đ



c)

* $\frac{AM}{FM} = \frac{AB}{FE}$ ($\Delta AMB \sim \Delta FME$)

$$\frac{AM}{FM} = \frac{AB}{FE} = \frac{2AP}{2FQ} = \frac{AP}{FQ} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Xét $\triangle AMP$ và $\triangle FMQ$ có :

$$\begin{cases} \angle MAP = \angle MFE \\ \frac{AP}{FQ} = \frac{AM}{FM} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle AMP \sim \triangle FMQ$ (c.g.c)..... 0,25đ

$$\Rightarrow \angle AMP = \angle FMQ ; \frac{MA}{MF} = \frac{MP}{MQ}$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \angle AMP + \angle PMF = \angle AMF \\ \angle QMF + \angle PMF = \angle QMP \end{cases}$$

$\Rightarrow \angle AMF = \angle QMP$ 0,25đ

Xét $\triangle AMF$ và $\triangle PMQ$ có :

$$\begin{cases} \angle AMF = \angle QMP \\ \frac{MA}{MP} = \frac{MF}{MQ} \left(\frac{MA}{MF} = \frac{MP}{MQ} \right) \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle AMF \sim \triangle PMQ$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \angle MFA = \angle MQP = 90^\circ$$

$\Rightarrow MQ \perp PQ$ 0,25đ