

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

**Bài 1. (1,5 điểm)** Cho parabol (P):  $y = -\frac{x^2}{4}$

- Vẽ đồ thị (P).
- Tìm các điểm M thuộc đồ thị (P) sao cho tung độ bằng hai lần hoành độ.

**Bài 2. (1 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 4x - 6 = 0$ .

- Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức  $\frac{x_1 x_2}{4 - x_1} + \frac{x_1 x_2}{4 - x_2}$ .

**Bài 3. (1,5 điểm)** Một chiếc hộp chứa 40 quả bóng cùng hình dạng và kích thước. Các quả bóng được ghi số lần lượt từ 1 đến 40; hai quả bóng khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- Số xuất hiện trên quả bóng lớn hơn 30.
- Số xuất hiện trên quả bóng là số chẵn nhỏ hơn 30.

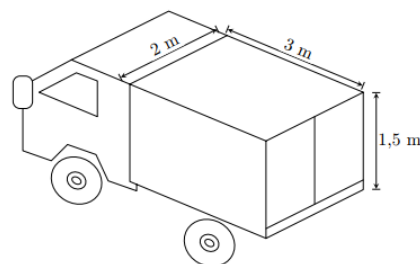
**Bài 4. (1 điểm)**

Một xí nghiệp dự tính chuyển hàng bằng hai xe tải và đang phân vân giữa việc mua hẳn hai chiếc xe tải hoặc thuê hai xe tải. Nếu mua hai xe với giá mỗi xe là 200 000 000 đồng thì mỗi ngày xí nghiệp phải tốn 5 000 000 đồng cho tất cả tài xế và nhiên liệu. Còn nếu thuê xe thì giá thuê một xe tải là 10 000 000 đồng/ngày (đã bao gồm tiền công cho tài xế và nhiên liệu).

- Gọi C là tổng số tiền xí nghiệp bỏ ra để vận chuyển sau n ngày. Hãy lập hàm số C theo n đối với mỗi phương án.
- Sau bao nhiêu ngày thì phương án mua xe sẽ tiết kiệm hơn phương án thuê xe?

**Bài 5. (1 điểm)** Một xe tải chở hàng có thùng xe dạng hình hộp chữ nhật với kích thước như hình bên.

- Hãy tính thể tích của thùng xe (độ dày của thùng xe xem như không đáng kể).
- Người ta xếp vào thùng xe tải các thùng hàng loại A có dạng hình lập phương độ dài cạnh 40 cm để vận chuyển giao hàng. Hỏi mỗi lần vận chuyển xe có thể chở được nhiều nhất bao nhiêu thùng hàng loại A?



**Bài 6. (1 điểm)** Trong phòng học có một số ghế dài. Nếu xếp mỗi ghế 3 học sinh thì thừa ra 4 học sinh không có chỗ ngồi. Nếu xếp mỗi ghế 4 học sinh thì thừa ra 2 ghế. Hỏi có bao nhiêu ghế và bao nhiêu học sinh?

**Bài 7. (3,0 điểm)** Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AC$  và đường thẳng  $d$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $A$ . Trên đường thẳng  $d$  lấy điểm  $M$  khác  $A$  sao cho  $AM > AO$ . Từ điểm  $M$  vẽ tiếp tuyến  $MB$  với đường tròn  $(O)$  ( $B$  là tiếp điểm,  $B$  khác  $A$ ).

a) Chứng minh 4 điểm  $M, A, O, B$  cùng thuộc một đường tròn và  $OM \perp AB$ .

b) Gọi  $D$  là giao điểm của đoạn  $MO$  với đường tròn  $(O)$ . Tia  $AD$  cắt đoạn thẳng  $MB$  tại  $E$ . Chứng minh rằng  $EB^2 = EA \cdot ED$ .

c) Đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại  $K$  ( $K$  khác  $B$ ). Kẻ  $BI \perp AC$  ( $I \in AC$ ). Đặt  $BI = x$ , tính diện tích tam giác  $BIK$  theo  $R$  và  $x$ .

HẾT.

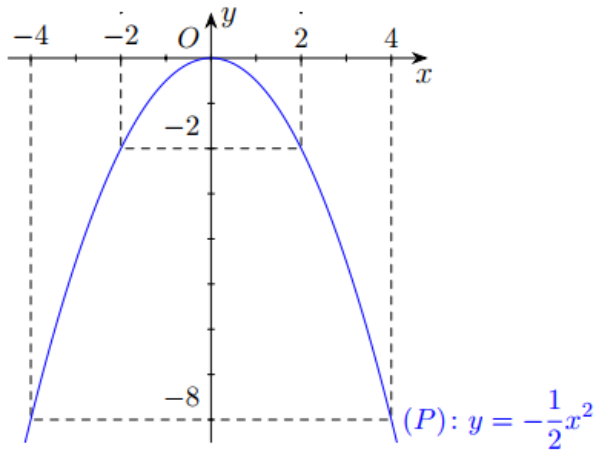
## ĐÁP ÁN

### Bài 1. (1,5 điểm)

a)  $y = \frac{1}{2}x^2$

TXĐ:  $\mathbb{R}$

$x$	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	-8	-2	0	-2	-8



b)  $M(x_M; 2x_M) \in (P): y = \frac{-x_M^2}{2}$

$$2x_M = \frac{-x_M^2}{2}$$

$$4x_M = -x_M^2$$

$$x_M + 4x_M = 0$$

$$x_M(x_M + 4) = 0$$

$$x_M = 0 \text{ hay } x_M = -4$$

$$x_M = 0 \text{ suy ra } y_M = 0$$

$$x_M = -4 \text{ suy ra } y_M = \frac{-(-4)^2}{2} = -8$$

Vậy tọa độ điểm M là  $(0; 0), (-4; -8)$ .

### Bài 2. (1 điểm)

a)  $x^2 - 4x - 6 = 0$

$$(a = 1, b = -4, c = -6)$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 40 > 0$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

b) Theo định lí Viète: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{1} = 4 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{1} = -6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{x_1 x_2}{4-x_1} + \frac{x_1 x_2}{4-x_2} \\
&= \frac{x_1 x_2 (4-x_2) + x_1 x_2 (4-x_1)}{(4-x_1)(4-x_2)} \\
&= \frac{4x_1 x_2 - x_1 x_2^2 + 4x_1 x_2 - x_1^2 x_2}{16-4(x_1+x_2)+x_1 x_2} \\
&= \frac{4x_1 x_2 (x_1+x_2) - 2(x_1 x_2)^2}{16-4(x_1+x_2)+x_1 x_2} \\
&= \frac{4 \cdot (-6) \cdot 4 - 2 \cdot (-6)^2}{16-4 \cdot 4 + (-6)} \\
&= 28
\end{aligned}$$

### Bài 3. (1,5 điểm)

a) Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 39; 40\}$$

Suy ra  $n(\Omega) = 40$ .

Số cách chọn ngẫu nhiên ra 1 quả bóng từ hộp là 40 cách.

Xét biến cố A: “Số xuất hiện trên quả bóng lớn hơn 30”.

Các kết quả thuận lợi của biến cố A là: 31; 32; ... ; 40

Các kết quả thuận lợi của biến cố A là: 31; 32; ... ; 40

Suy ra  $n(A) = 10$ .

Xác suất của biến cố A là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{40} = 0,25$ .

b) Xét biến cố B: “Số xuất hiện trên quả bóng là số chẵn nhỏ hơn 30”.

Các kết quả thuận lợi của biến cố B là: 2; 4; 8; ... ; 28

Suy ra  $n(B) = 14$ .

Xác suất của biến cố B là:  $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{14}{40} = \frac{7}{20}$

### Bài 4. (1 điểm)

a) Phương án mua xe:  $C = 5000000n + 200000000$  (đồng)

Phương án thuê xe:  $C = 10000000n$  (đồng)

b) Phương án mua xe sẽ tiết kiệm hơn phương án thuê xe khi:

$$5000000n + 200000000 < 10000000n$$

$$5000000n > 200000000$$

$$n > 40$$

Vậy sau 40 ngày thì phương án mua xe sẽ tiết kiệm hơn.

### Bài 5. (1 điểm)

a) Thể tích của thùng xe là:

$$2,3 \cdot 1,5 = 9(m^3)$$

b) Ta có:  $2m = 200cm; 3m = 300cm; 1,5m = 150cm$ .

Số thùng hàng nhiều nhất có thể xếp được theo chiều cao của xe là 3 thùng vì  $150:40 = 3,75$

Số thùng hàng nhiều nhất có thể xếp được theo chiều rộng của xe là 5 thùng vì  $200:40 = 5$ .

Số thùng hàng nhiều nhất có thể xếp được theo chiều dài của xe là 7 thùng vì  $300:40 = 7,5$ .

Số thùng hàng nhiều nhất xe có thể chở được mỗi lần vận chuyển là  $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$  thùng.

**Bài 6. (1 điểm)**

Gọi số ghế và số học sinh lần lượt là:  $x, y$  ( $x, y$  nguyên dương)

Vì xếp mỗi ghế 3 học sinh thì thừa ra 4 học sinh không có chỗ ngồi nên:  $3x + 4 = y$

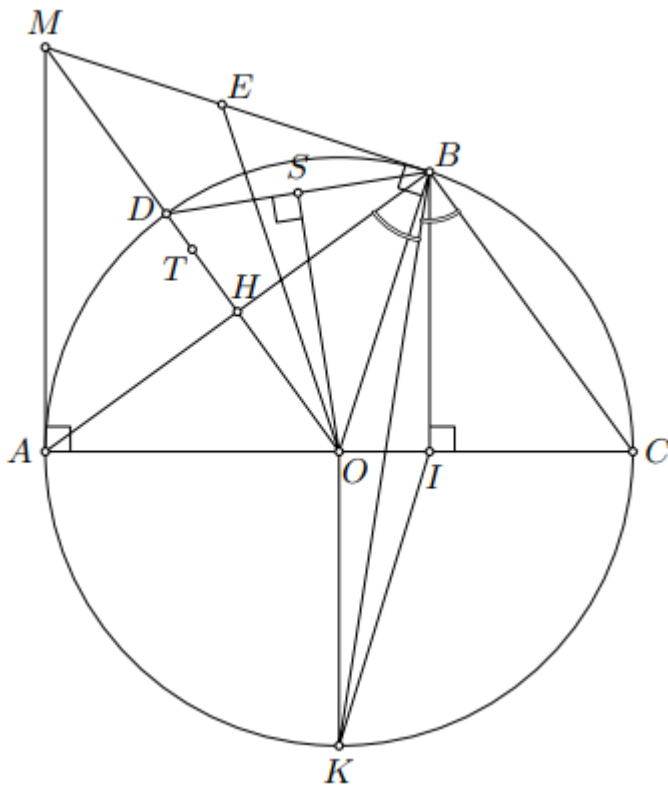
Vì xếp mỗi ghế 4 học sinh thì thừa ra 2 ghế nên:  $4(x - 2) = y$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3x + 4 = y \\ 4(x - 2) = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 4x - y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 40 \end{cases}$$

Vậy trong phòng có 12 ghế và 40 học sinh.

**Bài 7. (3,0 điểm)**

a) Do MA, MB là tiếp tuyến nên  $OAM = OBM = 90^\circ$ .

Gọi T là trung điểm của OM.

Ta có  $\triangle OAM$  vuông tại A có AT là trung tuyến ứng với cạnh huyền.

$$\text{Suy ra } TO = TM = TA = \frac{1}{2}OM \quad (1)$$

Ta lại có  $\triangle OBM$  vuông tại B có BT là trung tuyến ứng với cạnh huyền.

$$\text{Suy ra } TO = TM = TB = \frac{1}{2}MO \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra  $TO = TM = TA = TB$ .

Vậy 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn tâm T, đường kính MO.

$$\begin{cases} OA = OB \text{ ( bán kính)} \\ MA = MB \text{ ( tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)} \end{cases}$$

Suy ra OM là đường trung trực của AB

Vậy  $OM \perp AB$ .

b) Vẽ  $OS \perp DB$  tại S.

Ta có  $DBE = SOB$  (cùng phụ  $OBS$ ). (3)

Ta lại có  $\triangle ODB$  cân tại O ( $OB = OD$ ) có OS là đường cao nên OS cũng là đường phân giác.

$$\text{Suy ra } SOB = \frac{1}{2} DOB = \frac{1}{2} sd DB. \text{ (4)}$$

Mặt khác,  $DAB = \frac{1}{2} sd DB$  (góc nội tiếp chắn cung DB).

Từ (3), (4), (5) suy ra  $DBE = DAB$ .

$\triangle EBD$  và  $\triangle EAB$  có

$$\begin{cases} BEA \text{ (chung)} \\ EBD = EAB \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra  $\triangle EBD \sim \triangle EAB$  (g.g).

$$\text{Khi đó } \frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EB}.$$

$$\text{Suy ra } EB^2 = EA \cdot ED.$$

c) Ta có  $ABC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Do BK là tia phân giác của  $ABC$  nên

$$ABK = CBK = \frac{1}{2} ABC = 45^\circ.$$

$$\text{Suy ra } sd AK = sd CK = 90^\circ$$

Khi đó,  $AOK = COK = 90^\circ$  (hai góc ở tâm chắn hai cung bằng nhau)

Suy ra  $OK \perp AC$ .

Mà  $BI \perp AC$  (gt)

Suy ra  $KO \parallel BI$

Do đó  $S_{\Delta OBI} = S_{\Delta BIK}$ .

$\Delta OBI$  vuông tại I có

$$IB^2 + IO^2 = OB^2$$

$$x^2 + IO^2 = R^2$$

$$IO = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$S_{\Delta OBI} = \frac{1}{2} IB \cdot IO = \frac{1}{2} x \sqrt{R^2 - x^2}.$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta BIK} = \frac{1}{2} x \sqrt{R^2 - x^2}.$$