

**Bài 1.(1,5 điểm)** Cho parabol  $(P) : y = \frac{-x^2}{2}$ .

- Vẽ đồ thị  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .
- Tìm tọa độ các điểm  $K$  thuộc đồ thị  $(P)$  có hoành độ bằng 2 lần tung độ.

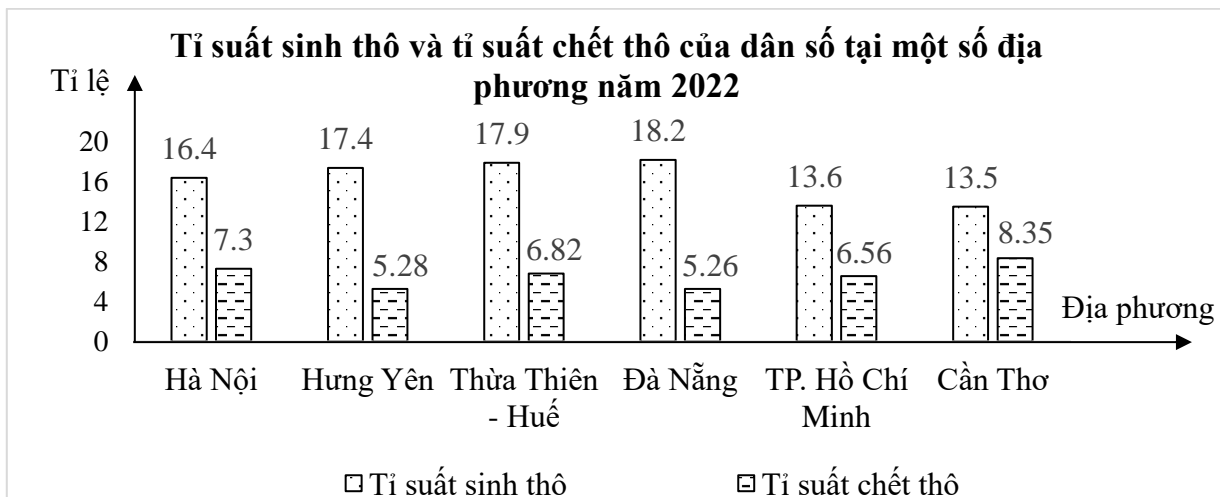
**Bài 2. (1,0 điểm)** Cho phương trình:  $5x^2 - 4x - 9 = 0$ .

- Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức

$$x_1(x_1 - 3x_2) + x_2(x_2 - 7x_1) + x_1 + x_2.$$

**Bài 3. (1,5 điểm)** *Tỉ lệ tăng dân số tự nhiên* là tỉ lệ phần nghìn (%) giữa mức chênh lệch của số sinh và số chết so với dân số trong thời kì nghiên cứu, hoặc bằng hiệu số giữa tỉ suất sinh thô (%) với tỉ suất chết thô (%) của dân số trong thời kì nghiên cứu.

Biểu đồ cột kép dưới đây biểu diễn tỉ suất sinh thô và tỉ suất chết thô của dân số tại một số địa phương năm 2022:



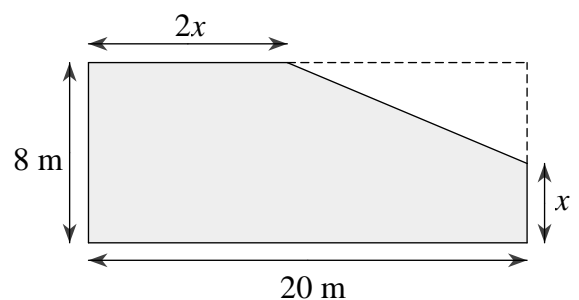
a) Địa phương nào có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên lớn nhất năm 2022 trong các địa phương trên?

b) Thực hiện Đề án “Chăm sóc sức khỏe sinh sản – kế hoạch hóa gia đình”, người ta chọn ngẫu nhiên 1 trong 6 địa phương trên để làm thí điểm. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Địa phương được chọn có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên lớn hơn 12%”.

B: “Địa phương được chọn có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không quá 10%”.

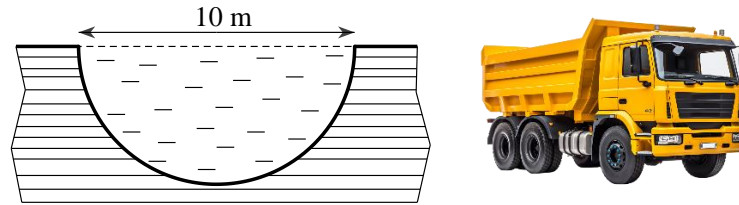
**Bài 4.(1,0 điểm)** Ông Thành có một mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng là 8 m và chiều dài là 20 m. Nhà nước làm một con đường đi ngang qua mảnh đất của ông Thành và thu hồi một phần đất của ông Thành (phần hình tam giác). Phần đất không bị thu hồi có kích thước như hình vẽ dưới (phần tô đậm).



a) Viết biểu thức (thu gọn)  $T$  biểu thị theo  $x$  (với  $0 < x < 8$ ) diện tích đất bị thu hồi của nhà ông Thành.

b) Ông Thành được đền bù số tiền 455 triệu đồng cho diện tích đất bị thu hồi. Tìm giá trị  $x(m)$  biết giá đền bù đất bị thu hồi là 13 triệu đồng/m<sup>2</sup>.

**Bài 5. (1,0 điểm)** Để phòng tránh trẻ em bị đuối nước, người ta quyết định dùng đất để lấp một cái ao dạng nửa hình cầu, mặt ao hình tròn có đường kính 10m.



a) Tính thể tích nước trong ao theo m<sup>3</sup>. Giả sử mực nước trong ao bằng với mặt đất xung quanh và các sinh vật, vật thể khác trong ao có thể tích không đáng kể.

(Cho biết công thức tính thể tích hình cầu là  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , trong đó  $R$  là bán kính hình cầu. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

b) Người ta thuê những xe tải có thùng xe dạng hình hộp chữ nhật, lòng trong thùng dài 9,9 m, rộng 2,37 m và cao 0,85 m. Nhưng con đường từ nơi cung cấp đất đến ao bị giới hạn trọng tải của phương tiện tham gia giao thông nên xe chỉ chở được 85% thể tích của lòng trong thùng xe. Hỏi cần thuê ít nhất bao nhiêu xe để lấp đầy cái ao? (Đất chở trên xe gần được nén chặt và gần như không có khoảng trống trong khối đất).

**Bài 6. (1,0 điểm)** Cách Tết Trung thu 1 tháng, bà Hoa nhập 100 cái bánh dẻo hạt sen và 150 cái bánh chay mè đen hết 10 230 000 đồng. Thấy bán được, bà Hoa nhập thêm 400 cái bánh dẻo hạt sen và 200 cái bánh chay mè đen (cùng giá nhập đợt đầu) hết 22 920 000 đồng.

a) Hỏi giá nhập của mỗi chiếc bánh dẻo hạt sen và bánh chay mè đen là bao nhiêu?

b) Trước Tết Trung thu 3 ngày, bà Hoa đã bán hết bánh chay mè đen nhưng vẫn còn 100 cái bánh dẻo hạt sen. Để nhanh chóng bán hết số bánh đã nhập về, bà Hoa thực hiện chương trình khuyến mại như sau: mua cái bánh thứ nhất bằng giá niêm yết, cái bánh thứ hai giảm 30% so với giá niêm yết, cái bánh thứ ba trở đi giảm 60% so với giá niêm yết. Bạn Mai đến cửa hàng bà Hoa mua 5 cái bánh dẻo hạt sen phải trả 145 000 đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi cái bánh dẻo hạt sen là bao nhiêu?

**Bài 7. (3,0 điểm)** Cho  $\Delta ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Ba đường  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

a) Chứng minh rằng tứ giác  $BCEF$  nội tiếp.

b) Kẻ đường kính  $AK$ . Chứng minh rằng  $AE \cdot AB = AF \cdot AC$  và  $EF \perp AK$ .

c) Cho  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ . Tính độ dài đoạn  $AH$  theo  $R$ .

---Hết---

## ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

### Bài 1.(1,5 điểm)

a) Bảng giá trị đúng

Cho 0,5đ

Vẽ đồ thị đúng

Cho 0,5đ.

b) Tọa độ điểm K thuộc (P) có dạng  $(x; \frac{-x^2}{2})$ .

Vì hoành độ bằng 2 lần tung độ nên ta có  $x = 2 \cdot \frac{-x^2}{2}$

Cho 0,25đ

$$x^2 + x = 0$$

Giải phương trình ta được  $x = 0$  hoặc  $x = -1$ .

Với  $x = 0$  thì  $y = 0$ .

Với  $x = -1$  thì  $y = -\frac{1}{2}$ .

Vậy tọa độ các điểm K là  $(0; 0)$  và  $(-1; -\frac{1}{2})$ .

Cho 0,25đ

### Bài 2. (1,0 điểm)

a)  $5x^2 - 4x - 9 = 0$

Ta có:  $a = 5; b = -4; c = -9$ .

Cho 0,25đ

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-9) = 196 > 0$ .

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Cho 0,25đ

b) Theo định lí Viète, ta có

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{5} = \frac{4}{5}$  và  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-9}{5}$ .

Cho 0,25đ

Ta có:  $x_1(x_1 - 3x_2) + x_2(x_2 - 7x_1) + x_1 + x_2$

$$= x_1^2 - 3x_1x_2 + x_2^2 - 7x_1x_2 + x_1 + x_2$$

$$= x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2 + x_1 + x_2$$

$$= x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - 10x_1x_2 + x_1 + x_2$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - 12x_1x_2 + x_1 + x_2$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 12 \cdot \left(\frac{-9}{5}\right) + \frac{4}{5} = \frac{576}{25}$$

Cho 0,25đ

### Bài 3. (1,5 điểm)

a) Tỷ lệ tăng dân số tự nhiên của một số địa phương năm 2022:

Địa phương	Tỷ suất sinh thô	Tỷ suất chết thô	Tỷ lệ tăng dân số tự nhiên
Hà Nội	16,4‰	7,3‰	9,1‰
Hung Yên	17,4‰	5,28‰	12,12‰
Thừa Thiên – Huế	17,9‰	6,82‰	11,08‰
Đà Nẵng	18,2‰	5,26‰	12,94‰
TP. Hồ Chí Minh	13,6‰	6,56‰	7,04‰
Cần Thơ	13,5‰	8,35‰	5,15‰

Tính đúng mỗi 2 địa phương.

Cho 0,25đx3

Địa phương có tỷ lệ tăng dân số tự nhiên lớn nhất năm 2022 là Đà Nẵng.

Cho 0,25đ

b) Không gian mẫu:  $\Omega = \{\text{Hà Nội; Hưng Yên; Thừa Thiên – Huế; Đà Nẵng; TP. Hồ Chí Minh; Cần Thơ}\}$ . Suy ra  $n(\Omega) = 6$ .

Vì chọn ngẫu nhiên nên mỗi địa phương đều có 6 địa phương có cùng khả năng được chọn.

Có 2 địa phương có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên lớn hơn 12% là Hưng Yên và Đà Nẵng nên có 2 kết quả thuận lợi cho A. Suy ra  $n(A) = 2$ . Vậy xác suất của biến cố A là

$$P(A) = 2/6 = 1/3. \quad \text{Cho 0,25đ}$$

Có 3 địa phương có tỉ lệ tăng dân số tự nhiên không quá 10% là Hà Nội; TP. Hồ Chí Minh và Cần Thơ nên có 3 kết quả thuận lợi cho B. Suy ra  $n(B) = 3$ . Vậy xác suất của biến cố B là

$$P(B) = 3/6 = 1/2. \quad \text{Cho 0,25đ}$$

#### **Bài 4.(1,0 điểm)**

a) Biểu thức T biểu thị theo  $x$  diện tích đất bị thu hồi của nhà ông Thành là

$$T = \frac{1}{2}(20 - 2x)(8 - x) = x^2 - 18x + 80 \text{ (m}^2\text{) với } 0 < x < 8. \quad \text{Cho 0,25đx2}$$

b) Vì ông Thành được đền bù số tiền 455 triệu đồng cho diện tích đất bị thu hồi nên ta có phương trình

$$(x^2 - 18x + 80) \cdot 13 = 455 \quad \text{Cho 0,25đ}$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0.$$

Giải phương trình, ta được  $x = 15$  (KTM) hoặc  $x = 3$  (TM).

$$\text{Vậy } x = 3 \text{ m.} \quad \text{Cho 0,25đ}$$

#### **Bài 5. (1,0 điểm)**

a) Thể tích nước trong ao là

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{10}{2}\right)^3 = \frac{250}{3} \pi \approx 261,8 \text{ (m}^3\text{)}. \quad \text{Cho 0,5đ}$$

b) Thể tích lòng trong của thùng xe tải là

$$9,9 \cdot 2,37 \cdot 0,85 = 19,94355 \text{ (m}^3\text{)}. \quad \text{Cho 0,25đ}$$

Số xe cần để lấp đầy ao là

$$\frac{\frac{250}{3} \pi}{19,94355 \cdot 85\%} \approx 15,4 \text{ (xe).}$$

$$\text{Vậy cần thuê ít nhất 16 xe để lấp đầy cái ao.} \quad \text{Cho 0,25đ}$$

#### **Bài 6. (1,0điểm)**

a) Gọi giá nhập của mỗi chiếc bánh dẻo hạt sen và bánh chay mè đen là  $x$  (đồng) và  $y$  (đồng). Điều kiện:  $x, y$  nguyên dương.

Vì bà Hoa nhập 100 cái bánh dẻo hạt sen và 150 cái bánh chay mè đen hết 10 230 000 đồng nên ta có phương trình  $100x + 150y = 10 230 000$  (1)

Vì bà Hoa nhập 400 cái bánh dẻo hạt sen và 200 cái bánh chay mè đen hết 22 920 000 đồng nên ta có phương trình  $400x + 200y = 22 920 000$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 100x + 150y = 10 230 000 \\ 400x + 200y = 22 920 000. \end{cases} \quad \text{Cho 0,25đ}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được } \begin{cases} x = 34 800 \\ y = 45 000 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy giá nhập của mỗi chiếc bánh dẻo hạt sen và bánh chay mè đen là 34 800 (đồng) và 45 000 (đồng). Cho 0,25đ

b) Gọi giá niêm yết của mỗi cái bánh dẻo hạt sen là  $x$  (đồng). Điều kiện :  $x$  nguyên dương.

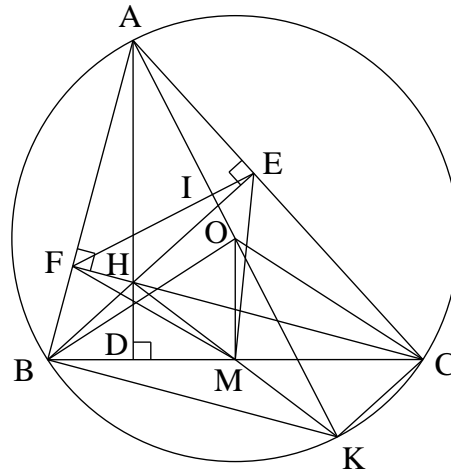
Vì bạn Mai đến cửa hàng bà Hoa mua 5 cái bánh dẻo hạt sen phải trả 145 000 đồng nên ta có phương trình

$$x + x \cdot (1 - 30\%) + 2x \cdot (1 - 60\%) = 145\,000 \quad \text{Cho } 0,25đ$$

Giải phương trình ta được  $x = 58\,000$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy giá niêm yết của mỗi cái bánh dẻo hạt sen là 58 000 đồng. Cho 0,25đ

**Bài 7. (3,0 điểm)**



a) Xét  $\triangle BEC$  vuông tại  $E$  có  $EM$  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền  $BC$ , ta có  $EM = MB = MC = \frac{BC}{2}$ . Cho 0,25đ

Xét  $\triangle BFC$  vuông tại  $F$  có  $FM$  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền  $BC$ , ta có  $FM = MB = MC = \frac{BC}{2}$ . Cho 0,25đ

Từ (1) và (2) suy ra  $MB = MC = ME = MF$ . Cho 0,25đ

Suy ra 4 điểm  $B, C, E, F$  cùng nằm trên đường tròn tâm  $M$ , đường kính  $BC$ .

Vậy tứ giác  $BCEF$  nội tiếp đường tròn tâm  $M$ , đường kính  $BC$ . Cho 0,25đ

b) Ta có:  $\widehat{ACK} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\Rightarrow CK \perp AC$ .

Xét  $\triangle AEB$  vuông tại  $E$  và  $\triangle AFC$  vuông tại  $F$  có  $\widehat{BAC}$  chung.

Vậy  $\triangle AEB \sim \triangle AFC$  (g-g).

Suy ra  $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$  hay  $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ . Cho 0,25đ

Xét  $\triangle AEF$  và  $\triangle ABC$  có  $\widehat{BAC}$  chung và  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$  (vì  $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ ).

Vậy  $\triangle AEF \sim \triangle ABC$  (c-g-c).

Suy ra  $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ . Cho 0,25đ

Gọi  $I$  là giao điểm của  $AK$  và  $EF$ .

Ta có:  $\widehat{ABC} = \widehat{AKC}$  (cùng chắn cung  $AC$ ) Cho 0,25đ

Từ (3) và (4) suy ra  $\widehat{AEF} = \widehat{AKC}$ . Cho 0,25đ

Xét  $\triangle IAE$  có

$\widehat{IAE} + \widehat{AEI} = \widehat{IAE} + \widehat{AKC} = 90^\circ$  ( $\triangle AKC$  vuông tại  $C$ ).

Vậy  $\triangle IAE$  vuông tại  $I$ . Suy ra  $EF \perp AK$ . Cho 0,25đ

c) Chứng minh được  $BHCK$  là hình bình hành. Cho 0,25đ

Chứng minh được  $OM$  là đường trung bình của  $\triangle AHK$ . Cho 0,25đ

Tính được  $OM = \frac{R}{2}$ . Cho 0,25đ

Tính được  $AH = 2OM = R$ . Cho 0,25đ

*Ghi chú:* - Thí sinh giải theo cách khác bằng kiến thức đã học mà đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Bài 7 không vẽ hình không chấm điểm. Hình phải tương đối đúng.