

ĐỀ THAM KHẢO
KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP.HCM MÔN TOÁN

Bài 1. Cho hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$.

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.
- Tìm trên (P) những điểm có tung độ gấp 3 lần hoành độ.

Bài 2. Cho phương trình $3x^2 - 5x - 4 = 0$.

- Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2(2 + 2024x_1 + 2024x_2)$

Bài 3. Biểu đồ cột kép dưới đây biểu diễn lượng mưa trung bình (đơn vị: mm) của các tháng trong một năm ở Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh.

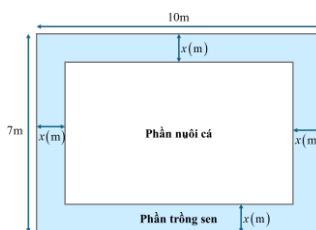


- Tính lượng mưa chênh lệch trung bình ở hai địa điểm Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh.
- Chọn ngẫu nhiên một tháng trong năm, tính xác suất của các biến cố sau:

P : “Lượng mưa trung bình của Thành phố Hồ Chí Minh lớn hơn 200 mm”

Q : “Lượng mưa chênh lệch của Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh không vượt quá 40 mm”

Bài 4. Một hồ nước có hình dạng là một hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 10m và 7m. Ở giữa hồ nước người ta dự định đổ đất để ngăn hồ thành 2 phần, phần ngoài trồng sen và phần trong nuôi cá (như hình vẽ). Biết khoảng cách các bờ của phần nuôi cá và bờ của hồ nước là x (m).



- Tính diện tích của phần nuôi cá theo x .
- Biết diện tích của phần trồng sen chiếm $\frac{3}{7}$ tổng diện tích hồ nước. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của phần nuôi cá.

Bài 5. Hiện nay, người ta thường dùng chất liệu PVC (polyvinylchloride) để chế tạo vỏ quả bóng cao su dùng trong bóng đá. Một quả bóng hình cầu thường sử dụng từ hai đến bốn lớp vải lót để làm vỏ bóng và một quả bóng đá thường có chu vi đường tròn lớn từ 58–71 cm tùy vào kích thước bóng

để phù hợp cho từng lứa tuổi. Bác Minh có một quả bóng đá size số 7 có chu vi 70 cm và vỏ quả bóng được tạo thành từ 4 lớp vải lót có độ dày 2,5 mm (xem hình ảnh minh hoạ).



a) Tính thể tích không khí tối đa bên trong quả bóng khi quả bóng căng tròn. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

b) Sau một thời gian sử dụng, quả bóng không còn chất lượng như ban đầu nên bác Minh cắt quả bóng theo mặt cắt là một đường tròn để tái chế quả bóng thành một chậu cây có dạng như ảnh minh hoạ. Bác Minh dùng dụng cụ xúc đất như hình trên để xúc đất vào quả bóng, biết thể tích dụng cụ xúc đất bằng 70% thể tích hình trụ có cùng bán kính đáy, chiều cao. Và thể tích đất bác Minh cần bỏ vào quả bóng bằng $\frac{4}{5}$ thể tích quả bóng ban đầu. Hỏi bác Minh cần xúc ít nhất bao nhiêu lần, biết mỗi lần xúc được một thể tích đất bằng thể tích dụng cụ xúc?

(Biết công thức tính thể tích hình cầu có bán kính R là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; công thức tính thể tích hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h$ và $\pi \approx 3,14$)

Bài 6. Formalin là dung dịch có chứa từ 37 – 40% Formaldehyde. Formaldehyde có khả năng kháng khuẩn, kháng nấm nên được dùng làm chất bảo quản trong y tế. Một nhà máy sản xuất Fomaldehit đang có một lượng dung dịch Formaldehyde nồng độ 15% và một lượng Formaldehit nồng độ 65% .

a) Tính thể tích mỗi loại Formaldehyde trên để điều chế được 300 lít Formaldehyde 35% . Giả sử nguyên liệu không bị hao hụt trong quá trình sản xuất.

b) Một cơ sở y tế đặt hàng nhà máy trên một đơn hàng Formalin. Nhà máy dùng 200 lít Formaldehyde 15% cùng một lượng Formaldehyde 65% để sản xuất ra Formalin. Hỏi thể tích của Formaldehyde 65% nằm trong khoảng nào thì có thể sản xuất được Formalin. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của lít)

Bài 7. Cho đường tròn tâm O đường kính BC , điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $BAC < 90^\circ$. Gọi M, N là giao điểm của AB và AC với đường tròn (O) (M khác B , N khác C). Hai đường thẳng BN và CM cắt nhau tại I .

a) Chứng minh $AI \perp BC$ và tứ giác $MANI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ MN , P là giao điểm của BD và CM , Q là giao điểm của CD và BN . Chứng minh rằng $DQ \cdot CD = BD \cdot DP$ và $IPD = IQD$.

c) Giả sử $BAC = 60^\circ$ và $BC = 10\text{cm}$. Tính độ dài MN và chu vi đường tròn ngoại tiếp ΔMHN .

-----Hết-----

ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI

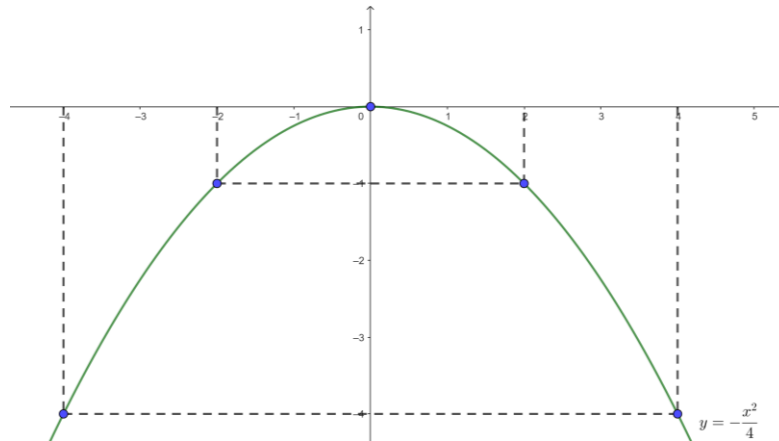
Bài 1. Cho hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$.

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.

Ta có bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4

Đồ thị (P) của hàm số trên là :



b) Tìm trên (P) những điểm có tung độ gấp 3 lần hoành độ.

Gọi trên (P) có tung độ gấp 3 lần hoành độ có tọa độ là $(x_0; 3x_0)$.

Do điểm nằm trên đồ thị của hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ nên ta có:

$$3x_0 = -\frac{x_0^2}{4}$$

$$12x_0 = -x_0^2$$

$$x_0^2 + 12x_0 = 0$$

$$x_0(x_0 + 12) = 0$$

$$x_0 = 0 \text{ hoặc } x_0 = -12$$

Vậy những điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(0; 0)$ và $(-12; -36)$.

Bài 2. Cho phương trình $3x^2 - 5x - 4 = 0$.

a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Phương trình đã cho có $a = 3; b = -5; c = 4$. Ta có:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-5)^2 - 4.3.(-4)$$

$$= 25 + 48$$

$$= 73$$

Do $\Delta > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

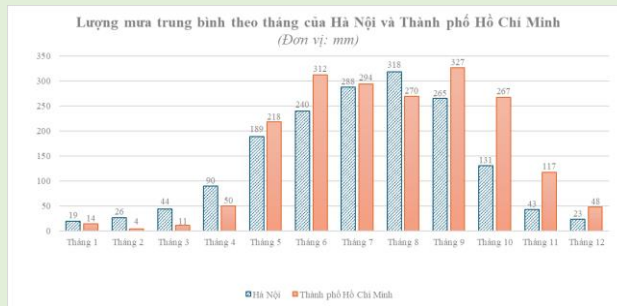
b) Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2(2 + 2024x_1 + 2024x_2)$.

Với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên, theo Định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{5}{3} \\ P = x_1x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2(2 + 2024x_1 + 2024x_2) \\ &= x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + 2024x_1^2x_2 + 2024x_1x_2^2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 + 2024x_1x_2(x_1 + x_2) \\ &= S^2 + 2024PS \\ &= \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 2024 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \frac{5}{3} \\ &= -4495 \end{aligned}$$

Bài 3. Biểu đồ cột kép dưới đây biểu diễn lượng mưa trung bình (đơn vị: mm) của các tháng trong một năm ở Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh.



a) Tính lượng mưa chênh lệch trung bình ở hai địa điểm Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh.

Lượng mưa chênh lệch ở hai địa điểm Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh theo từng tháng là:

Tháng 1: $19 - 14 = 5$

Tháng 2: $26 - 4 = 22$

Tháng 3: $44 - 11 = 33$

Tháng 4: $90 - 50 = 40$

Tháng 5: $218 - 189 = 29$

Tháng 6: $312 - 240 = 72$

Tháng 7: $294 - 288 = 6$

Tháng 8: $318 - 270 = 48$

Tháng 9: $327 - 265 = 62$

Tháng 10: $267 - 131 = 136$

Tháng 11: $117 - 43 = 74$

Tháng 12: $48 - 23 = 25$

Lượng mưa chênh lệch trung bình là:

$$\frac{5 + 22 + 33 + 40 + 29 + 72 + 6 + 48 + 62 + 136 + 74 + 25}{12} = 43,25 \text{ (mm)}$$

b) Chọn ngẫu nhiên một tháng trong năm, tính xác suất của các biến cố sau:

P : “Lượng mưa trung bình của Thành phố Hồ Chí Minh lớn hơn 200 mm”

Q : “Lượng mưa chênh lệch của Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh không vượt quá 40 mm”

Xét biến cố P : “Lượng mưa trung bình của Thành phố Hồ Chí Minh lớn hơn 200 mm”.

Số tháng được chọn có lượng mưa trung bình của Thành phố Hồ Chí Minh lớn hơn 200 mm là 6 tháng.

Suy ra số phần tử của biến cố P là 6.

Vậy xác suất của biến cố P là: $P(P) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

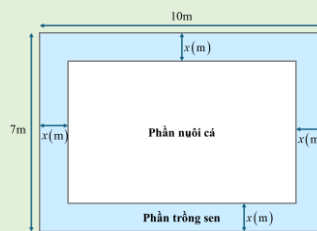
Xét biến cố Q : “Lượng mưa chênh lệch của Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh không vượt quá 40 mm”.

Số tháng được chọn có lượng mưa chênh lệch của Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh không vượt quá 40 mm là 7 tháng.

Suy ra số phần tử của biến cố Q là 7.

Vậy xác suất của biến cố Q là: $P(Q) = \frac{7}{12}$.

Bài 4. Một hồ nước có hình dạng là một hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 10m và 7m. Ở giữa hồ nước người ta dự định đắp đất để ngăn hồ thành 2 phần, phần ngoài trồng sen và phần trong nuôi cá (như hình vẽ). Biết khoảng cách các bờ của phần nuôi cá và bờ của hồ nước là x (m).



a) Tính diện tích của phần nuôi cá theo x .

Chiều dài của phần nuôi cá là: $10 - 2x$.

Chiều rộng của phần nuôi cá là: $7 - 2x$.

Suy ra diện tích của phần nuôi cá là: $(10 - 2x)(7 - 2x) = 4x^2 - 34x + 70 \quad (m^2)$

b) Biết diện tích của phần trồng sen chiếm $\frac{3}{7}$ tổng diện tích hồ nước. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của phần nuôi cá.

Diện tích hồ nước là: $7 \cdot 10 = 70 \quad (m^2)$.

Diện tích phần nuôi cá là: $70 - \frac{3}{7} \cdot 70 = 40 \quad (m^2)$

Ta có phương trình:

$$4x^2 - 34x + 70 = 40$$

$$4x^2 - 34x + 30 = 0$$

Giải phương trình trên, ta được $x = 1$ hoặc $x = 7,5$. Do chiều rộng của phần nuôi cá là một số dương nên $7 - 2x > 0$ hay $x < 3,5$.

Vậy $x = 1$, suy ra chiều dài và chiều rộng của phần nuôi cá lần lượt là 8 m và 5 m.

Bài 5. Hiện nay, người ta thường dùng chất liệu PVC (polyvinylchloride) để chế tạo vỏ quả bóng cao su dùng trong bóng đá. Một quả bóng hình cầu thường sử dụng từ hai đến bốn lớp vải lót để làm vỏ bóng và một quả bóng đá thường có chu vi đường tròn lớn từ 58–71 cm tùy vào kích thước bóng để phù hợp cho từng lứa tuổi. Bác Minh có một quả bóng đá size số 7 có chu vi 70 cm và vỏ quả bóng được tạo thành từ 4 lớp vải lót có độ dày 2,5 mm (xem hình ảnh minh họa).



a) Tính thể tích không khí tối đa bên trong quả bóng khi quả bóng căng tròn. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Ta có, chu vi đường tròn lớn của quả bóng là 70 cm nên ta có:

$$2\pi R = 70 \text{ hay } R = \frac{70}{2\pi} \approx 11,14 \text{ (cm)}$$

Bán kính phần trong của quả bóng là: $r = R - 0,25 = 11,14 - 0,25 = 10,89$ (cm).

Vậy thể tích phần không khí bên trong khi quả bóng căng tròn là:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (10,89)^3 \approx 5406,95 \text{ (cm}^3\text{)}$$

b) Sau một thời gian sử dụng, quả bóng không còn chất lượng như ban đầu nên bác Minh cắt quả bóng theo mặt cắt là một đường tròn để tái chế quả bóng thành một chậu cây có dạng như ảnh minh họa. Bác Minh dùng dụng cụ xúc đất như hình trên để xúc đất vào quả bóng, biết thể tích dụng cụ xúc đất bằng 70% thể tích hình trụ có cùng bán kính đáy, chiều cao. Và thể tích đất bác Minh cần bỏ vào quả bóng bằng $\frac{4}{5}$ thể tích quả bóng ban đầu. Hỏi bác Minh cần xúc ít nhất bao nhiêu lần, biết mỗi lần xúc được một thể tích đất bằng thể tích dụng cụ xúc?

Thể tích của phần đất là:

$$V_d = \frac{4}{5} \cdot V = \frac{4}{5} \cdot 5406,95 = 4325,56 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích đất thu được sau mỗi lần xúc là:

$$V_{dc} = 70\% \cdot \pi \cdot R_{dc}^2 \cdot h_{dc} = 70\% \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 15 = 296,73 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Số lần xúc để đủ thể tích đất cần thiết là:

$$\frac{V_d}{V_{dc}} = \frac{4325,56}{296,73} \approx 14,56$$

Do số lần xúc là số tự nhiên nên bác Minh cần xúc ít nhất 15 lần để được thể tích đất cần thiết.

Bài 6. Formalin là dung dịch có chứa từ 37 – 40% Formaldehyde. Formaldehyde có khả năng kháng khuẩn, kháng nấm nên được dùng làm chất bảo quản trong y tế. Một nhà máy sản xuất Fomaldehit đang có một lượng dung dịch Formaldehyde nồng độ 15% và một lượng Formaldehit nồng độ 65% .

a) Tính thể tích mỗi loại Formaldehyde trên để điều chế được 300 lít Formaldehyde 35% . Giả sử nguyên liệu không bị hao hụt trong quá trình sản xuất.

Gọi $x(l)$, $y(l)$ lần lượt là thể tích của dung dịch Formaldehyde 15% và Formaldehyde 65% cần tìm ($0 < x, y < 300$).

Tổng thể tích là 300 nên ta có phương trình: $x + y = 300$.

Nồng độ Formaldehyde trong dung dịch lúc sau là 35% nên ta có: $0,15x + 0,65y = 300 \cdot 0,35$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 0,15x + 0,65y = 105 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được
$$\begin{cases} x = 180(n) \\ y = 120(n) \end{cases}$$

Vậy thể tích của Formaldehyde 15% và Formaldehyde 65% lần lượt là 180 lít và 120 lít.

b) Một cơ sở y tế đặt hàng nhà máy trên một đơn hàng Formalin. Nhà máy dùng 200 lít Formaldehyde 15% cùng một lượng Formaldehyde 65% để sản xuất ra Formalin. Hỏi thể tích của Formaldehyde 65% nằm trong khoảng nào thì có thể sản xuất được Formalin. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của lít)

Gọi $x(l)$ là thể tích Formaldehyde 65% ($x > 0$).

Nồng độ của Formaldehyde sau khi trộn hai loại dung dịch lại là $\frac{200 \cdot 15\% + x \cdot 65\%}{200 + x} = \frac{0,65x + 30}{x + 200}$.

Do Formalin có nồng độ Formaldehyde từ 37 – 40% nên ta có:

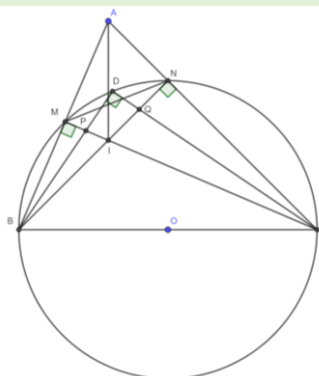
$$37\% \leq \frac{0,65x + 30}{x + 200} \leq 40\% \text{ hay } 0,37 \leq \frac{0,65x + 30}{x + 200} \leq 0,4$$

Giải các bất phương trình trên, ta được $x \geq 157$ và $x \leq 333$ hay $157 \leq x \leq 333$.

Vậy thể tích Formaldehyde từ 157 lít đến 333 lít thì thu được Formalin.

Bài 7. Cho đường tròn tâm O đường kính BC , điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $BAC < 90^\circ$.

Gọi M, N là giao điểm của AB và AC với đường tròn (O) (M khác B , N khác C). Hai đường thẳng BN và CM cắt nhau tại I .



a) Chứng minh $AI \perp BC$ và tứ giác $MANI$ là tứ giác nội tiếp.

Do BMC và BNC là hai góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $BMC = BNC = 90^\circ$.

Suy ra BN và CM là hai đường cao của tam giác ABC , suy ra I là trực tâm của tam giác ABC .

Do đó $AI \perp BC$.

Ta có, $AMI = 90^\circ$ nên ΔAMI nội tiếp đường tròn đường kính AI .

$ANI = 90^\circ$ nên ΔANI nội tiếp đường tròn đường kính AI .

Do đó bốn điểm A, N, I, M nằm trên đường tròn đường kính AI hay tứ giác $MANI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ MN , P là giao điểm của BD và CM , Q là giao điểm của CD và BN . Chứng minh rằng $DQ \cdot CD = BD \cdot DP$ và $IPD = IQD$.

Xét ΔDQB và ΔDPC , ta có:

BDQ chung

$DBQ = DCQ$ (là hai góc nội tiếp chắn cung DN , DM và $s\widehat{DN} = s\widehat{DM}$)

Suy ra $\Delta DQB \sim \Delta DPC$ (g-g), suy ra $\frac{DQ}{DP} = \frac{DB}{DC}$ hay $DQ \cdot DC = DP \cdot DP$ (đpcm).

c) Giả sử $BAC = 60^\circ$ và $BC = 10$ cm. Tính độ dài MN và chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác MIN .

Xét ΔBAN và ΔCAM , ta có:

BAN chung

$BNA = CMA = 90^\circ$

Suy ra $\Delta BAN \sim \Delta CAM$ (g-g), suy ra $\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC}$

Xét ΔAMN và ΔACB , ta có

BAC chung

$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC}$ (cmt)

Suy ra, $\Delta AMN \sim \Delta ACB$ (c-g-c), suy ra $\frac{MN}{CB} = \frac{AN}{AB} = \cos A = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

Do đó, $MN = CB \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$ (cm).

Ta có, $NAI = NMI$ (tứ giác $MANI$ nội tiếp và NAI và NMI là góc nội tiếp chắn NI)

Và $NMI = NBC$ (góc nội tiếp chắn NC trong đường tròn (O)).

Suy ra $NAI = NBC$.

Xét ΔANI và ΔBNC , ta có:

$ANI = BNC = 90^\circ$

$NAI = NBC$ (cmt)

Suy ra $\triangle ANI \simeq \triangle BNC$ (g-g), suy ra $\frac{AI}{BC} = \frac{NI}{NC} = \cos NIC$.

Mà $NIC = MAN = 60^\circ$ (do tứ giác $MANI$ là tứ giác nội tiếp nên góc A bằng góc ngoài đỉnh I)

Suy ra $\frac{AI}{BC} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, do đó $AI = \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5(\text{cm})$.

Mà đường tròn ngoại tiếp tam giác MIN có đường kính là AI nên ta có chu vi của đường tròn đó là:

$$C = \pi \cdot AI = 5\pi \approx 15,71(\text{cm})$$