

ĐỀ THAM KHẢO - KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = -\frac{x^2}{2}$

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.
- Viết phương trình đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 2 và 4.

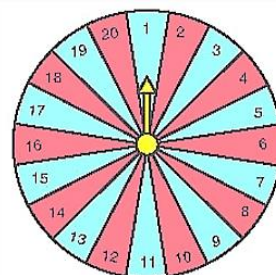
Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$

- Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức :

$$K = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$$

Bài 3. (1,5 điểm) Một tấm bìa cứng hình tròn được chia thành 20 hình quạt như nhau, đánh số từ 1; 2;...; 20 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Xét phép thử “*Quay đĩa tròn một lần*”.

- Tính xác suất của biến cố A : “*Chiếc kim chỉ số chẵn trong khoảng từ 5 đến 15*”.
- Tính xác suất của biến cố B : “*Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là bình phương của một số tự nhiên*”.



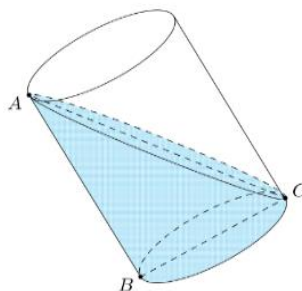
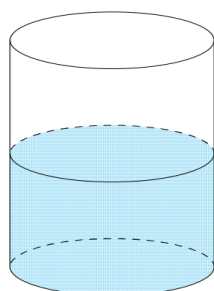
Bài 4. (1,0 điểm) Cuối năm 2009, một bản báo cáo được trình lên chính phủ Anh. Theo đó, nếu nhiệt độ trái đất tăng lên 2°C thì tổng giá trị kinh tế thế giới sẽ bị giảm đi 3%, nếu nhiệt độ tăng lên 5°C kinh tế sẽ giảm đi 10%. Từ đó, thông qua nghiên cứu một nhóm nhà kinh tế học đã đưa ra dự đoán về mối liên hệ giữa nhiệt độ thế giới và tổng giá trị kinh tế của thế giới. Kết quả nghiên cứu đưa ra rằng tổng giá trị kinh tế bị giảm $y\%$ là hàm số bậc nhất theo x là nhiệt độ tăng lên của Trái đất (tính theo $^\circ\text{C}$).

- Xác định mối liên hệ giữa y và x
- Theo nghiên cứu đó, tổng giá trị kinh tế sẽ giảm bao nhiêu nếu thế giới tăng thêm 10°C (làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài 5. (1 điểm)

Đổ nước vào một chiếc thùng hình trụ có bán kính đáy là 20 cm. Nghiêng thùng cho mặt nước chạm vào miệng cốc và đáy cốc (như hình vẽ) thì mặt nước tạo với đáy cốc một góc 30° .

- Tính chiều cao của chiếc thùng hình trụ.
- Tính thể tích của chiếc thùng?
(Kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)



Bài 6. (1,0 điểm) Người ta dùng một loại xe tải để chở sữa tươi cho một nhà máy. Biết mỗi thùng sữa loại 180 ml nặng trung bình 10 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5,25 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng sữa như vậy, biết bác lái xe nặng 65 kg?

Bài 7. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC ba góc nhọn nội tiếp (O;R), hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

- Chứng minh tứ giác BFCE nội tiếp và $AO \perp EF$
- chứng minh : $\sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1$ và $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC$
- Gọi S là diện tích tam giác ABC, chứng minh : $S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC$. Cho $AB = 6; AC = 8; BC = 2\sqrt{13}$ tính diện tích tam giác ABC

- HẾT -

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = -\frac{x^2}{2}$

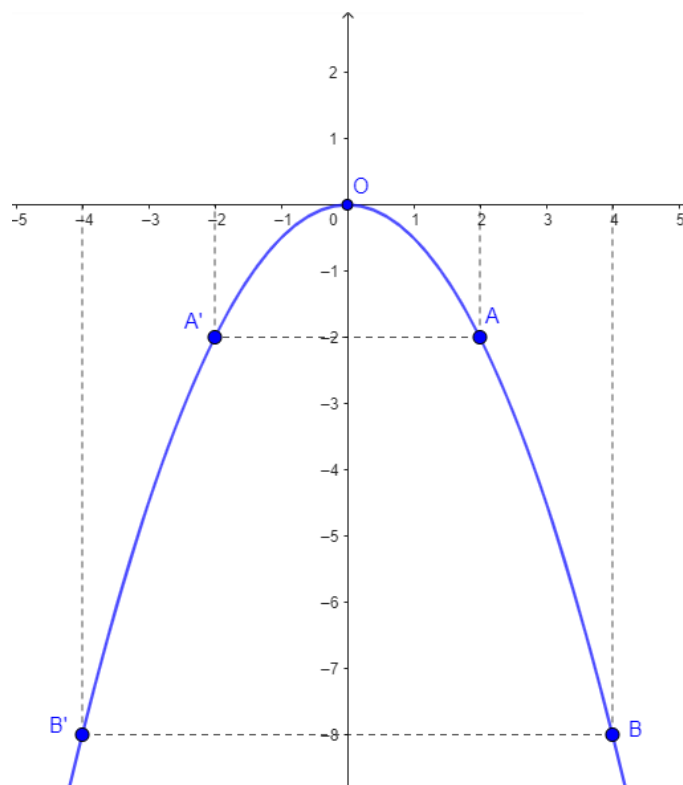
a) **Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.**

Ta có bảng giá trị sau :

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{x^2}{2}$	-8	-2	0	-2	-8

Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm :

O(0;0); A(2;-2); B(4;-8); A'(-2;-2); B'(-4;-8)



b) **Viết phương trình đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 2 và 4.**

Giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) thuộc cả (d) và (P) nên :

$$\text{Với } x = 2 \rightarrow y = -\frac{2^2}{2} = -2$$

$$\text{Với } x = 4 \rightarrow y = -\frac{4^2}{2} = -8$$

Do đó : A(2;-2); B(4;-8) là giao điểm của (d) và (P)

Phương trình đường thẳng (d) có dạng : $y = ax + b$, thế tọa độ hai điểm A(2;-2); B(4;-8) vào (d) ta

$$\text{có hệ phương trình : } \begin{cases} 2a + b = -2 \\ 4a + b = -8 \end{cases} \begin{cases} a = -3 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy : Phương trình đường thẳng (d) là : $y = -3x + 4$

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$

a) **Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.**

Phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$ có $a = 1$; $c = -2$; suy ra a và c trái dấu nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) **Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức :**

$$K = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$$

Áp dụng định lí Viète, ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -2 \end{cases}$$

$$K = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$$

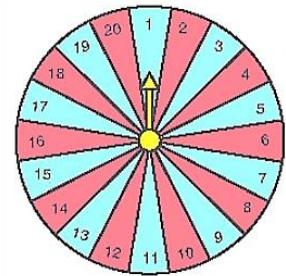
$$K = \frac{x_1^2 - 1 + x_2^2 - 1}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}$$

$$K = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 2}{x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1}$$

$$K = \frac{3^2 - 2 \cdot (-2) - 2}{-2 + 3 + 1}$$

$$K = \frac{11}{2}$$

Bài 3. (1,5 điểm) Một tấm bìa cứng hình tròn được chia thành 20 hình quạt như nhau, đánh số từ 1; 2;...; 20 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Xét phép thử “Quay đĩa tròn một lần”.



a) **Tính xác suất của biến cố A :** “Chiếc kim chỉ số chẵn trong khoảng từ 5 đến 15”.

Có 20 kết quả có thể xảy ra.

Chiếc kim chỉ số chẵn trong khoảng từ 5 đến 15 là các kết quả : 6;8;10;12;14

Suy ra số phần tử của biến cố A là : 5

Do đó, xác suất của biến cố A là : $P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

b) **Tính xác suất của biến cố B :** “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là bình phương của một số tự nhiên”.

Có 20 kết quả có thể xảy ra.

Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là bình phương của một số tự nhiên là các kết quả : 1;4;9;16

Suy ra số phần tử của biến cố B là : 4

Do đó, xác suất của biến cố B là : $P(B) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

Bài 4. (1,0 điểm) Cuối năm 2009, một bản báo cáo được trình lên chính phủ Anh. Theo đó, nếu nhiệt độ trái đất tăng lên 2°C thì tổng giá trị kinh tế thế giới sẽ bị giảm đi 3%, nếu nhiệt độ tăng lên 5°C kinh tế sẽ giảm đi 10%. Từ đó, thông qua nghiên cứu một nhóm nhà kinh tế học đã đưa ra dự đoán về mối liên hệ giữa nhiệt độ thế giới và tổng giá trị kinh tế của thế giới. Kết quả nghiên cứu đưa ra rằng tổng giá trị kinh tế bị giảm $y\%$ là hàm số bậc nhất theo x là nhiệt độ tăng lên của Trái đất (tính theo $^{\circ}\text{C}$).

a) **Xác định mối liên hệ giữa y và x**

Gọi hàm số biểu thị mối liên hệ giữa y và x là: $y = ax + b (a \neq 0)$

Khi $x = 2$ thì $y = 3$ nên ta có: $3 = a.2 + b$ hay $2.a + b = 3$ (1)

Khi $x = 5$ thì $y = 10$ nên ta có: $10 = a.5 + b$ hay $5.a + b = 10$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ 5a + b = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được: $a = \frac{7}{3}; b = -\frac{5}{3}$

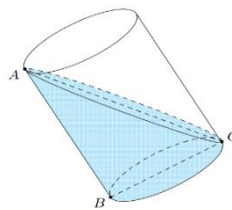
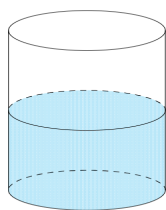
Vậy hàm số biểu thị mối liên hệ giữa y và x là: $y = \frac{7}{3}x - \frac{5}{3}$

b) Thay $x = 10$ vào hàm số $y = \frac{7}{3}x - \frac{5}{3}$ ta được: $y = \frac{7}{3}.10 - \frac{5}{3} \approx 22$

Vậy tổng giá trị kinh tế sẽ giảm khoảng 22% nếu thế giới tăng thêm 10°C

Bài 5. (1 điểm)

Đổ nước vào một chiếc thùng hình trụ có bán kính đáy là 20 cm. Nghiêng thùng cho mặt nước chạm vào miệng cốc và đáy cốc (như hình vẽ) thì mặt nước tạo với đáy cốc một góc 30° .



a) Tính chiều cao của chiếc thùng hình trụ.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B ta có:

$$\tan(\angle ACB) = \frac{AB}{BC} \text{ suy ra } AB = \tan(\angle ACB) \cdot BC = \tan(30^\circ) \cdot (20 \cdot 2) = \frac{40\sqrt{3}}{3}$$

Vậy chiều cao thùng hình trụ là: $h = AB = \frac{40\sqrt{3}}{3}$

b) Tính thể tích của chiếc thùng? (Kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)

Thể tích của chiếc thùng là:

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot (20)^2 \cdot \frac{40\sqrt{3}}{3} \approx 29020,79 \text{ cm}^3$$

Bài 6. (1,0 điểm)

Người ta dùng một loại xe tải để chở sữa tươi cho một nhà máy. Biết mỗi thùng sữa loại 180 ml nặng trung bình 10 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5,25 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng sữa như vậy, biết bác lái xe nặng 65 kg?

Đổi đơn vị: 5,25 tấn = 5 250 kg.

Gọi x (thùng) là số thùng sữa mà xe có thể chở ($x \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó, khối lượng sữa mà xe chở là: $10x$ (kg).

Tổng khối lượng sữa và bác tài xế là: $65 + 10x$ (kg).

Do trọng tải (tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5 250 kg nên ta có:

$$65 + 10x \leq 5250$$

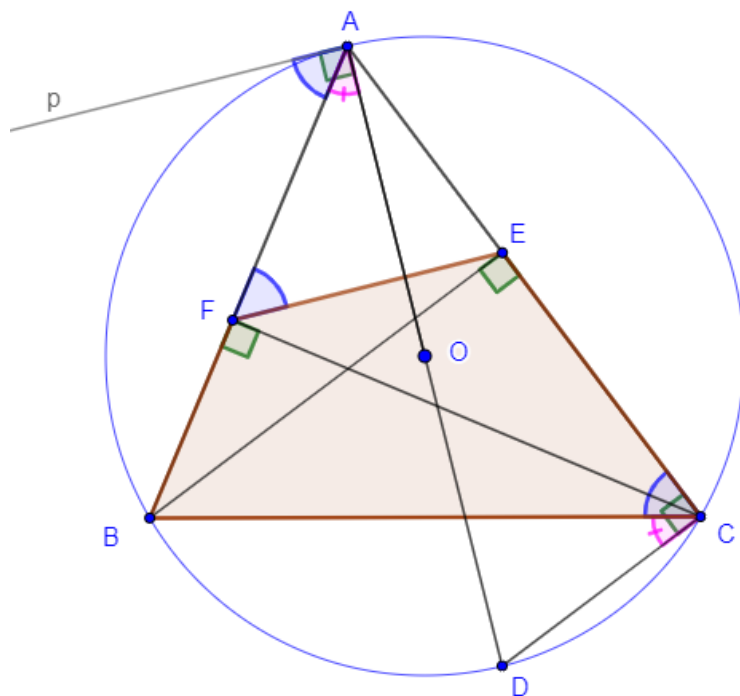
$$10x \leq 5185$$

$$x \leq 518,5$$

Mà $x \in \mathbb{N}^*$ nên xe tải đó có thể chở tối đa 518 thùng sữa.

Bài 7. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC ba góc nhọn nội tiếp (O;R), hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H.



a) **Chứng minh tứ giác BFCE nội tiếp**

Xét tam giác BEC ta có :

$BE \perp AC$ (BE là đường cao trong tam giác ABC)

Nên tam giác BEC vuông tại E. Do đó B,E,C cùng thuộc đường tròn đường kính BC (1)

Xét tam giác CFB ta có :

$CF \perp AB$ (CF là đường cao trong tam giác ABC)

Nên tam giác CFB vuông tại F. Do đó C,F,B cùng thuộc đường tròn đường kính BC (2)

Từ (1) và (2) suy ra B,F,E,C cùng thuộc đường tròn đường kính BC.

Hay tứ giác BFEC nội tiếp.

Chứng minh : $AO \perp EF$

Kẻ tiếp tuyến tại A của (O), suy ra $pAO = 90^\circ$

Kẻ tia AO cắt (O) tại D, khi đó AD là đường kính, suy ra $ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Ta có : $pAB + BAD = pAO = 90^\circ$

$ACB + BCD = ACD = 90^\circ$

Mà $BAD = BCD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD trong (O))

Do đó : $pAB = ACB$ (3)

Ta lại có : $ACB + BFE = 180^\circ$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

Và $AFE + BFE = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Nên $AFE = ACB$ (4)

Từ (3),(4) suy ra $pAB = AFE$

Mà $p_{AB}; AFE$ ở vị trí so le trong nên $Ap \parallel EF$
Kết hợp $AO \perp Ap$ (vì Ap là tiếp tuyến).

Vậy $AO \perp EF$

b) **Chứng minh : $\sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1$**

Xét tam giác AEB vuông tại E, ta có :

$$\sin BAE = \frac{BE}{AB} \text{ suy ra } \sin^2 BAE = \frac{BE^2}{AB^2}$$

$$\cos BAE = \frac{AE}{AB} \text{ suy ra } \cos^2 BAE = \frac{AE^2}{AB^2}$$

$$\text{Nên } \sin^2 BAE + \cos^2 BAE = \frac{BE^2}{AB^2} + \frac{AE^2}{AB^2} = \frac{BE^2 + AE^2}{AB^2}$$

Mà $BE^2 + AE^2 = AB^2$ (Định lý Pythagore trong tam giác ABE vuông tại E)

$$\text{Do đó : } \sin^2 BAE + \cos^2 BAE = \frac{BE^2}{AB^2} + \frac{AE^2}{AB^2} = \frac{BE^2 + AE^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

Hay $\sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1$ (góc BAE cũng là BAC)

Chứng minh : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC$

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác BEC vuông tại E ta có :

$$BC^2 = BE^2 + CE^2$$

$$\text{Mà } CE^2 = (AC - AE)^2 = AC^2 - 2.AC.AE + AE^2$$

$$\text{Nên } BC^2 = BE^2 + AC^2 - 2.AC.AE + AE^2$$

Ta lại có :

$$BE^2 + AE^2 = AB^2 \text{ (cmt)}$$

$$\cos BAE = \frac{AE}{AB} \text{ (cmt) suy ra } AE = AB.\cos BAE = AB.\cos BAC$$

$$\text{Vậy : } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC$$

c) Gọi S là diện tích tam giác ABC, chứng minh : $S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC$. Cho

$AB = 6; AC = 8; BC = 2\sqrt{13}$ tính diện tích tam giác ABC

$$\text{Ta có : } S = \frac{1}{2} BE.AC$$

Mà $BE = AB.\sin BAC$ (hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác ABE vuông tại E)

$$\text{Vậy : } S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC$$

$$\text{Ta có : } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC \text{ (cmt)}$$

$$(2\sqrt{13})^2 = 6^2 + 8^2 - 2.6.8.\cos BAC \text{ suy ra } \cos BAC = \frac{1}{2}$$

$$\text{Mà } \sin^2 BAC + \cos^2 BAC = 1 \text{ (cmt) suy ra } \sin BAC = \sqrt{1 - \cos^2 BAC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin BAC = \frac{1}{2}.6.8.\frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$