

Câu 1. (2,0 điểm)

- a. Xét dấu của các biểu thức : $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$.
b. Giải bất phương trình : $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Tìm m để bất phương trình : $x^2 - 12mx - 13 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

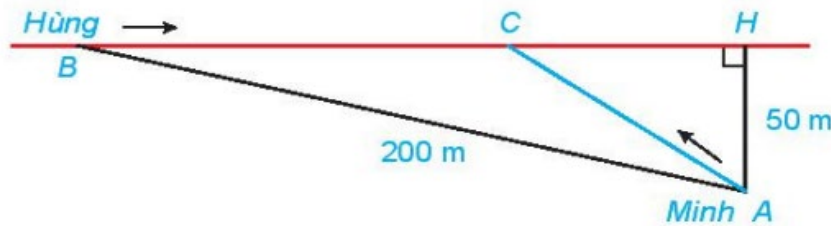
Câu 3. (2,0 điểm)

Giải phương trình:

- a. $\sqrt{x^2 - 6x - 4} = \sqrt{x - 4}$. b. $\sqrt{x^2 - 6x + 6} = 2x - 1$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Hình 6.22

Câu 5. (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy , cho ΔABC có $A(1;2), B(-1;1), C(-2;3)$.

- a. Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC .
b. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AB của ΔABC .
c. Viết phương trình đường tròn tâm A và đi qua điểm B .

Câu 6. (1,0 điểm)

Trong hệ trục Oxy , cho $A(2;-1); B(0;5); C(-3;7)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 1. (2 điểm)

a) Dễ thấy $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ có $\Delta' = 1 > 0, a = 3 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = 1.$$

Do đó ta có bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $f(x) > 0$ với mọi $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$ và $f(x) < 0$ với mọi $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

b)

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [1; 2]$.

Câu 2. (1 điểm)

Đặt $f(x) = VT$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x - 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 13 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu của $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	13	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [13; +\infty)$.

Câu 3. (2 điểm)

a) Bình phương hai vế của (1) ta được $x^2 - 6x - 4 = x - 4$ (2).

Ta có: (2) $\Leftrightarrow x^2 - 7x = 0$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = 7$.

Thay lần lượt hai giá trị trên vào bất phương trình $x - 4 \geq 0$, ta thấy chỉ có $x = 7$ thỏa mãn bất phương trình.

Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = 7$.

b) Trước hết ta giải bất phương trình $2x - 1 \geq 0$ (6).

Ta có: $(6) \Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

Bình phương hai vế của (5) ta được $x^2 - 6x + 6 = (2x - 1)^2$ (7).

Ta có: $(7) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 6 = 4x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0$.

Do đó, phương trình (7) có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = \frac{-5}{3}$.

Trong hai giá trị trên, chỉ có giá trị $x = 1$ là thỏa mãn $x \geq \frac{1}{2}$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 1$.

Câu 4. (1 điểm).

Vận tốc của bạn Minh: $v_1 = 5$ (km/h).

Vận tốc của bạn Hùng: $v_2 = 15$ (km/h).

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông AHB : $BH = \sqrt{(0,2)^2 - (0,05)^2} = \frac{\sqrt{15}}{20}$ (km)

Gọi $BC = x$ (km), $x > 0$.

Suy ra: $CH = \frac{\sqrt{15}}{20} - x$, $x \leq \frac{\sqrt{15}}{20}$.

Ta cần xác định vị trí điểm C để Minh và Hùng gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia

Nghĩa là: ta cần tìm x để thời gian hai bạn di chuyển đến C là bằng nhau.

Thời gian Hùng đi từ B đến C là: $t_2 = \frac{S_{BC}}{v_2} = \frac{x}{15}$ (h).

Quãng đường AC Minh đã đi là: $AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}$

Thời gian Minh đã đi từ A đến C là: $t_1 = \frac{S_{AC}}{v_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}}{5}$ (h).

Theo yêu cầu bài toán: $\frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}}{5} = \frac{x}{15}$

Bình phương 2 vế: $\frac{\left(\frac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0,05)^2}{25} = \frac{x^2}{225}$

$\Leftrightarrow 9\left(\frac{3}{80} - \frac{\sqrt{15}}{10}x + x^2\right) + \frac{9}{400} = x^2$

$\Leftrightarrow 8x^2 - \frac{9\sqrt{15}}{10}x + \frac{9}{25} = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 0,3 \\ x \approx 0,1 \end{cases}$

Vì $0 < x \leq \frac{\sqrt{15}}{20} \approx 0,19$ nên $x \approx 0,1$ thỏa mãn.

Vậy hai bạn Minh và Hùng di chuyển đến vị trí C cách điểm B một đoạn $x \approx 0,1(km) = 100(m)$.

Câu 5. (3 điểm)

a. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC : $G(\frac{-2}{3}; 2)$.

b.

Đường AB đi qua $A(1; 2)$.

Có vtcp $\overrightarrow{AB} = (-2; -1)$

$$\Rightarrow PTTS(AB) : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

c.

$$\overrightarrow{AB} = (-2; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{5}$$

Phương trình đường tròn (C) : $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$

Câu 6. (1 điểm)

Gọi $M(x_M; y_M)$ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} AM = BM \\ AM = CM \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} AM^2 = BM^2 \\ AM^2 = CM^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x_M - 2)^2 + (y_M + 1)^2 = x_M^2 + (y_M - 5)^2 \\ (x_M - 2)^2 + (y_M + 1)^2 = (x_M + 3)^2 + (y_M - 7)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -4x_M + 12y_M = 20 \\ -10x_M + 16y_M = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -\frac{41}{7} \\ y_M = -\frac{2}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $M(-\frac{41}{7}; -\frac{2}{7})$.