

ĐỀ DỰ ĐOÁN SỐ 2 ÔN THI THPTQG TỪ NĂM 2025**MÔN: TOÁN***Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề***Mã đề thi 129**

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh :.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Phương trình $\log_2(x+1) = 4$ có nghiệm là

- A.** $x = 4$. **B.** $x = 15$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 16$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3a$ và $AD = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $12\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 3. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = 7$. Khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

- A.** 16. **B.** -18. **C.** 24. **D.** 10.

Câu 4. Tập nghiệm S của bất phương trình $2^{x-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^x$ là

- A.** $S = (2; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 0)$. **C.** $S = (0; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp chứa 2 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. xác suất để chọn được 2 viên bi xanh là

- A.** $\frac{3}{25}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{7}{10}$.

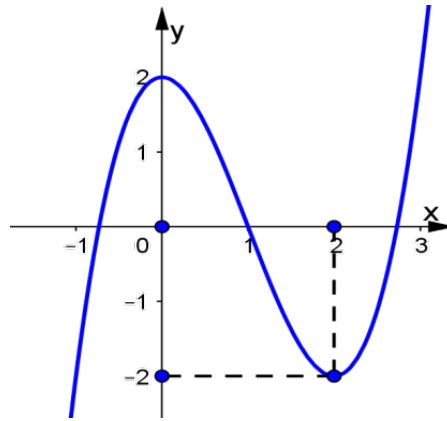
Câu 6. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?

- A.** $\cos \alpha = \frac{3}{8}$. **B.** $\alpha = 30^\circ$. **C.** $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. **D.** $\alpha = 60^\circ$.

Câu 7. Phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ có nghiệm là

- A.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ **D.** $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại



- A. $y=0$. B. $x=2$. C. $x=-2$. D. $y=2$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A. $2x - y - 1 = 0$. B. $-y + 2z - 3 = 0$. C. $2x - y + 1 = 0$. D. $y + 2z - 5 = 0$.

Câu 10. Nếu $F'(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

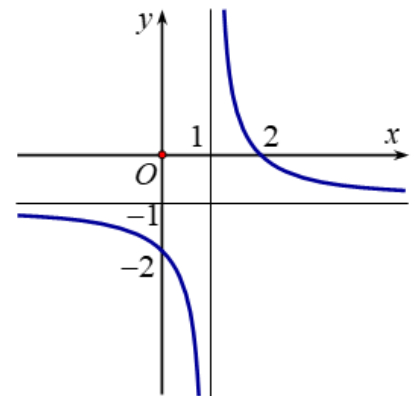
- A. $\ln 7$. B. $1 + \frac{1}{2} \ln 7$. C. $\ln 3$. D. $1 + \ln 7$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

- A. $(3;0;-1)$. B. $(0;3;1)$. C. $(-1;0;3)$ D. $(0;3;-1)$

Câu 12. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.



PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ sau:

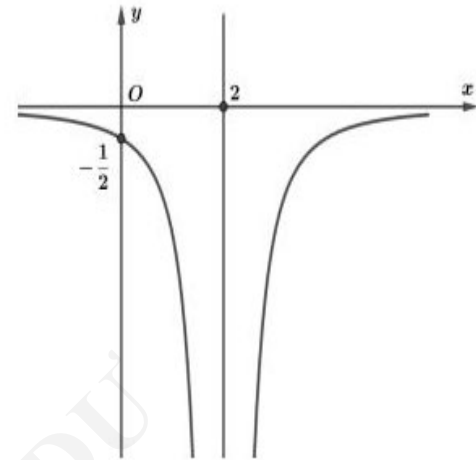
a) $f'(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = 2$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng $f(3)$ trên đoạn $[3;4]$.

d) Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;2)$.

Giá trị $f(3)$ bằng 5.



Câu 2. Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện như bảng dưới đây.

Nhóm	Công ty A	Công ty B
$[10;15)$	15	25
$[15;20)$	18	15
$[20;25)$	10	7
$[25;30)$	10	5
$[30;35)$	5	5
$[35;40)$	2	3
	$n = 60$ Nhân viên	$n = 60$ Nhân viên

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\frac{62}{3}$

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 52,91.

d) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(0;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;2)$.

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{3}$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) là
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-2+3t \end{cases}$$

d) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ qua B , vuông góc với đường thẳng AB và song song với mặt phẳng (P) là $\frac{x}{10}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 4. Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 100 ngày. Số lượng công nhân làm việc tại thời điểm t cho bởi hàm số $m(t)=500+60\sqrt{t}-5t$, trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 100$), $m(t)$ tính theo người (Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma – I, Cornelsen 2016*)

a) Số công nhân làm việc vào ngày thứ 25 là 675.

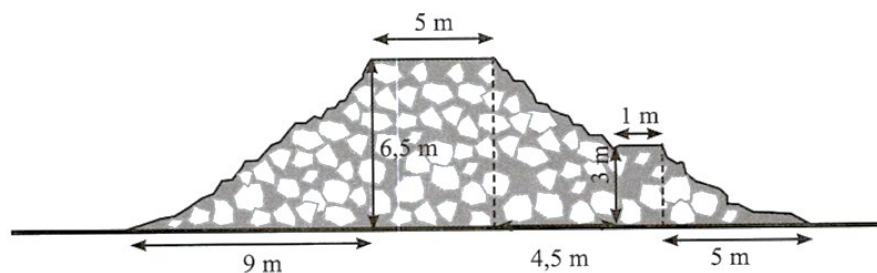
b) Số công nhân làm việc vào ngày thứ 6 là lớn nhất

c) Từ ngày thứ 36 trở đi lượng công nhân làm việc càng ít dần.

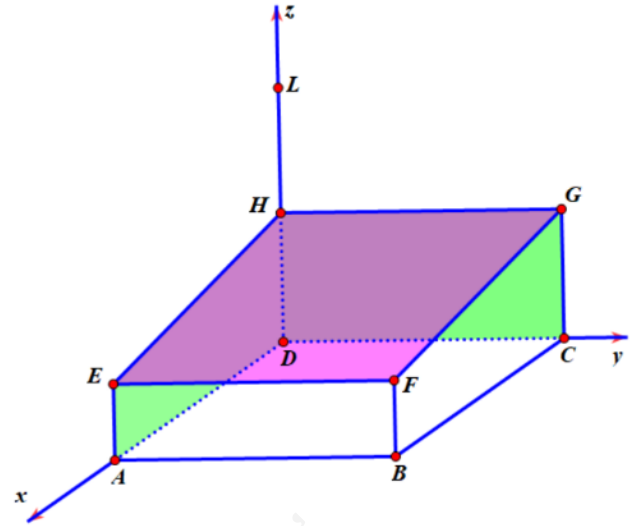
d) Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công công trình). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t)=m(t)$. Tổng cộng cần 65 000 ngày công để hoàn thành công trình xây dựng đó.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

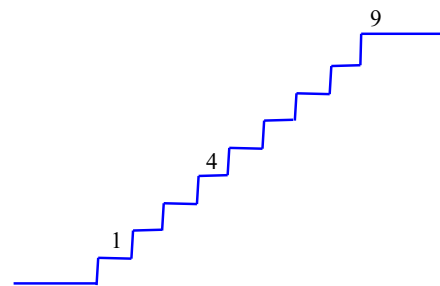
Câu 1. Người ta cần xây dựng công trình đê để ngăn nước lũ của sông. Mặt cắt của đê được thiết kế với số đo như trong hình. Tổng thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng đoạn đê thẳng và dài 100m.



Câu 2. Sân hiên hình chữ nhật của một ngôi nhà là khoảng đất $ABCD$ được lợp mái bằng kính màu để hạn chế ánh sáng đi qua với mái dốc. Các bề mặt bên $ADHE$ và $CGHD$ nằm ở bức tường bên ngoài của ngôi nhà (có sơ đồ mặt bằng hình chữ L). Đặt vào mô hình hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có $B\left(5;\frac{7}{2};0\right)$, $E(5;0;2)$ và $H(0;0;3)$ (đơn vị tính bằng mét). Trên tường nhà có một ngọn đèn đặt tại điểm L , cách điểm D một khoảng $6(m)$ theo phương thẳng đứng. Phần có mái của sân hiên in bóng lên khu vườn bằng phẳng phía trước ngôi nhà dưới ánh đèn tạo thành khoảng đất hạn chế ánh sáng gọi là khu vườn mùa đông. Biết diện tích khu vườn mùa đông (Có ranh giới khu vườn là phần mở rộng của tuyến đường Dx và Dy) là $S = \frac{a}{b}$ (Với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Hiệu $F = a - b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

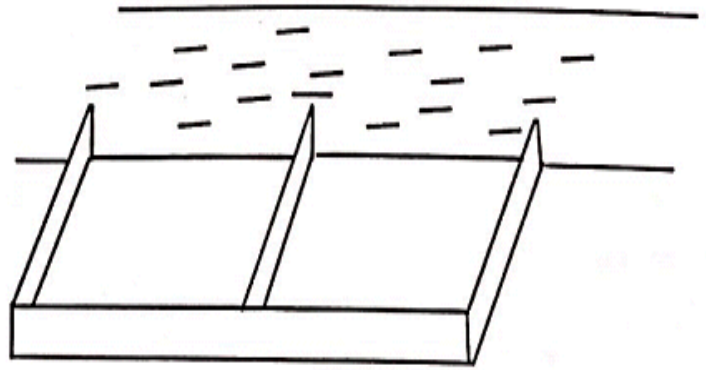


Câu 3. Gia đình bé May sống trong một căn nhà sàn, cầu thang của căn nhà có 9 bậc gỗ. Hôm nay cô giáo thông báo bé được chọn vào đội tuyển học sinh giỏi của Trường bé rất vui, tan học là đi nhanh về nhà khoe với mẹ. Khi lên cầu thang, bé May ngẫu nhiên bước lên 1 bậc hoặc nhảy lên luôn 2 bậc. Tính xác suất để bé May đi hết cầu thang nhà mình mà bỏ qua bậc số 4 (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)



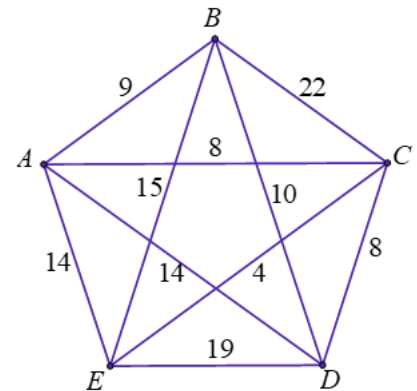
Câu 4. Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau x lần quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x) = \frac{100}{1 + 49e^{-0.015x}}$, $x \geq 0$. Hãy tính số lần quảng cáo được phát tối thiểu để số % người xem mua sản phẩm đạt hơn 75%

Câu 5. Một người nông dân có 30.000.000 đồng muốn dùng hết số tiền để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để chia khu đất thành hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 120.000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 100.000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (đơn vị m^2)?



Câu 6. Có năm địa điểm với độ dài quãng đường giữa các địa điểm (đơn vị: kilômét) mô tả như hình vẽ.

Hỏi có bao nhiêu đường đi ngắn nhất trên đồ thị có trọng số ở hình vẽ trên, tức là tìm chu trình đi qua tất cả các đỉnh sao cho tổng độ dài các cạnh của chu trình đó là ngắn nhất.



ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ LẦN 2 TỐT NGHIỆP
THPT NĂM 2025. MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....

BẢNG ĐÁP ÁN

Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	A	C	C	C	A	C	B	C	B	D	C

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu	1	2	3	4
a)	S	Đ	S	Đ
b)	Đ	S	Đ	S
c)	S	S	S	Đ
d)	S	Đ	Đ	S

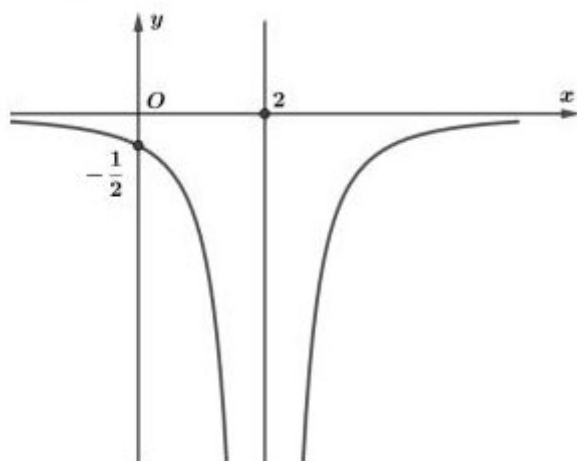
Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	9363	439	0,27	333	6250	3

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ sau:



a) $f'(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = 2.$

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng $f(3)$ trên đoạn $[3; 4].$

d) Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0; 2).$ Giá trị $f(3)$ bằng 5.

Lời giải

a) SAI

Ta có $f'(x) < 0 \quad \forall x \neq 2$

b) ĐÚNG

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = 2.$

c) SAI

Trên $[3; 4]$ hàm số nghịch biến nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[3; 4]$ bằng $f(4)$

d) ĐÚNG

Ta có: $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}.$

Vì đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0; 2)$ suy ra $f(0) = 2 \Rightarrow \frac{b}{d} = 2 \Leftrightarrow b = 2d \quad (1).$

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có:
$$\begin{cases} f'(0) = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{d}{c} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{ad-bc}{d^2} = -\frac{1}{2} \quad (2) \\ d = -2c \quad (3) \end{cases}.$$

Thay (1) vào (2): $\frac{ad-2dc}{d^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a-2c}{d} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}d + 2c = -\frac{1}{2}(-2c) + 2c = 3c.$

Vậy, $f(3) = \frac{3a+b}{3c+d} = \frac{3.3c-4c}{3c-2c} = \frac{5c}{c} = 5.$

Câu 2. Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện như bảng dưới đây.

Nhóm	Công ty A	Công ty B
[10;15)	15	25
[15;20)	18	15
[20;25)	10	7
[25;30)	10	5
[30;35)	5	5
[35;40)	2	3
	$n = 60$ Nhân viên	$n = 60$ Nhân viên

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\frac{62}{3}$
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 52,91.
- d) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.

Lời giải

a) ĐÚNG

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$\bar{x} = \frac{15.12,5 + 18.17,5 + 10.22,5 + 10.27,5 + 5.32,5 + 2.37,5}{60} = \frac{62}{3} \text{ (triệu đồng)}$$

b) SAI

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$s^2 = \frac{1}{60} \left[15 \cdot \left(12,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 18 \cdot \left(17,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(22,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(27,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 5 \cdot \left(32,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(37,5 - \frac{62}{3}\right)^2 \right] = \frac{1769}{36} = 49,14.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\sqrt{49,14} \approx 7,01$

c) SAI

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$\bar{x} = \frac{25.12,5 + 15.17,5 + 7.22,5 + 5.27,5 + 5.32,5 + 3.37,5}{60} = \frac{229}{12} \approx 19,08 \text{ (triệu đồng)}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$s^2 = \frac{1}{60} \left[25 \cdot \left(12,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 15 \cdot \left(17,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 7 \cdot \left(22,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(27,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(32,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 3 \cdot \left(37,5 - \frac{229}{12}\right)^2 \right] = \frac{8389}{144} = 57,91.$$

d) ĐÚNG

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là: $\sqrt{57,91} \approx 7,61$

Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(0;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{3}$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}.$$

d) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ qua B , vuông góc với đường thẳng AB và song song với mặt phẳng (P) là $\frac{x}{10} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

a) SAI

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -2)$.

b) ĐÚNG

$$\text{Khoảng cách từ điểm } A \text{ đến mặt phẳng } (P): d(A, (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3}.$$

c) SAI

Đường thẳng d qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với (P) nên có vec tơ chỉ phương $\vec{n} = (1; 2; -2)$.

$$\text{Do đó } d \text{ có phương trình tham số là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

d) ĐÚNG

$$+ \overrightarrow{AB} = (-1; -3; -2)$$

+ Đường thẳng Δ qua B , vuông góc với đường thẳng AB và song song với mặt phẳng (P) nên có vectơ chỉ phương $\vec{a} = [\vec{n}, \overrightarrow{AB}] = (-10; 4; -1)$, do đó $\vec{u} = (10; -4; 1)$ cũng là vectơ chỉ phương của Δ .

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x}{10} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 4. Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 100 ngày. Số lượng công nhân làm việc tại thời điểm t cho bởi hàm số $m(t) = 500 + 60\sqrt{t} - 5t$, trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 100$), $m(t)$ tính theo người (Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma – 1, Cornelsen 2016*)

- a) Số công nhân làm việc vào ngày thứ 25 là 675.
- b) Số công nhân làm việc vào ngày thứ 6 là lớn nhất
- c) Từ ngày thứ 36 trở đi lượng công nhân làm việc ngày càng ít dần.
- d) Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công công trình). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$. Tổng cộng cần 65 000 ngày công để hoàn thành công trình xây dựng đó.

Lời giải**a) ĐÚNG**

Vào ngày thứ 25 thì số công nhân làm việc là $m(25) = 500 + 60\sqrt{25} - 5 \cdot 25 = 675$

b) SAI. Số công nhân được sử dụng lớn nhất là giá trị lớn nhất của hàm số $m(t)$ trên đoạn $[0; 100]$.

Ta có $m'(t) = \frac{30}{\sqrt{t}} - 5$, trên đoạn $[0; 100]$ thì $m'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 36$.

Có $m(0) = 500$; $m(36) = 680$; $m(100) = 600$

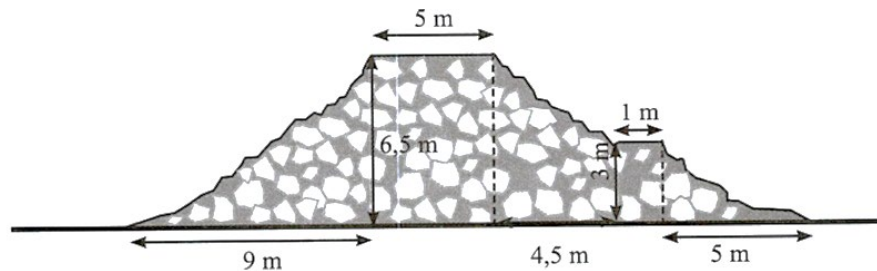
Vậy $\max_{[0; 100]} m(t) = 680$ khi $t = 36$.

c) ĐÚNG Hàm số $m(t) = 500 + 60\sqrt{t} - 5t$ nghịch biến trên khoảng $(36; 100)$ nên c đúng

d) SAI Ta có $\int_0^{100} m(t) dt = \int_0^{100} (500 + 60\sqrt{t} - 5t) dt \approx 65000,00002$ nên số ngày công để hoàn thành công trình xây dựng đó là 65001 ngày công

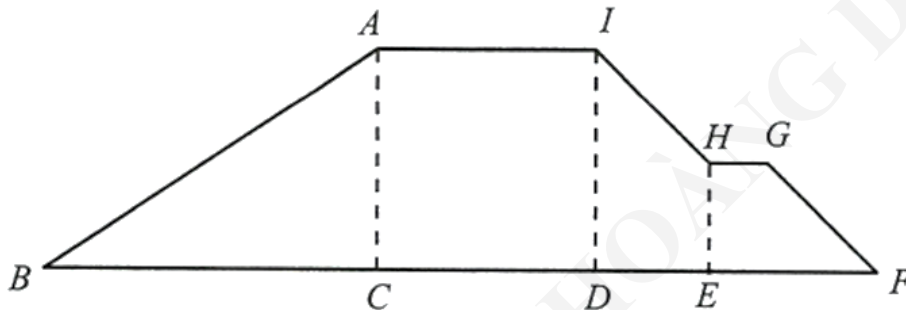
PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Người ta cần xây dựng công trình đê để ngăn nước lũ của sông. Mặt cắt của đê được thiết kế với số đo như trong hình. Tổng thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng đoạn đê thẳng và dài $100m$.



Lời giải

Chia mặt cắt đoạn đê thành các hình tam giác vuông, hình chữ nhật, hình thang như Hình.



Đoạn đê được ghép bởi bốn khối lăng trụ đứng có cùng chiều cao $100m$ và có đáy lần lượt là tam giác vuông ABC , hình chữ nhật $ACDI$, các hình thang vuông $DEHI$ và $EFGH$.

Theo giả thiết, ta có:

- Tam giác vuông ABC có kích thước hai cạnh góc vuông là $9m$ và $6,5m$;
- Hình chữ nhật $ACDI$ có hai kích thước là $5m$ và $6,5m$;
- Hình thang vuông $DEHI$ có đáy lớn dài $6,5m$, đáy nhỏ dài $3m$ và chiều cao $4,5m$;
- Hình thang vuông $EFGH$ có đáy lớn dài $6m$, đáy nhỏ dài $1m$ và chiều cao $3m$.

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông ABC bằng:

$$V_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6,5 \right) \cdot 100 = 2.925 (m^3)$$

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật $ACDI$ bằng:

$$V_2 = (5 \cdot 6,5) \cdot 100 = 3250 (m^3)$$

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình thang vuông $DEHI$ bằng:

$$V_3 = \frac{1}{2} (6,5 + 3) \cdot 4,5 \cdot 100 = 2137,5 (m^3)$$

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình thang vuông $DEHI$ bằng:

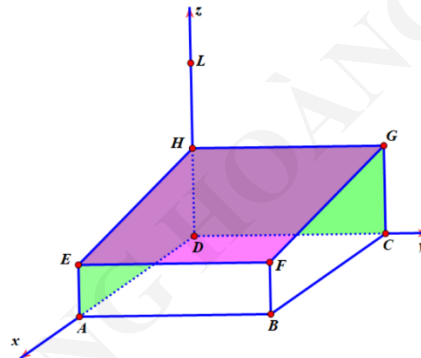
$$V_4 = \frac{1}{2}(6+1) \cdot 3 \cdot 100 = 1050 (m^3)$$

Vậy thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 2925 + 3250 + 2137,5 + 1050 = 9362,5 \approx 9363 (m^3).$$

Câu 2. Sân hiên hình chữ nhật của một ngôi nhà là khoảng đất $ABCD$ được lợp mái bằng kính màu để hạn chế ánh sáng đi qua với mái dốc. Các bề mặt bên $ADHE$ và $CGHD$ nằm ở bức tường bên ngoài của ngôi nhà (có sơ đồ mặt bằng hình chữ L). Đặt vào mô hình hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có $B\left(5; \frac{7}{2}; 0\right)$, $E(5; 0; 2)$ và $H(0; 0; 3)$ (đơn vị tính bằng mét).

Trên tường nhà có một ngọn đèn đặt tại điểm L , cách điểm D một khoảng $6(m)$ theo phương thẳng đứng. Phần có mái của sân hiên in bóng lên khu vườn bằng phẳng phía trước ngôi nhà dưới ánh đèn tạo thành khoảng đất hạn chế ánh sáng gọi là khu vườn mùa đông.



Biết diện tích khu vườn mùa đông (Có ranh giới khu vườn là phần mở rộng của tuyến đường Dx và Dy) là $S = \frac{a}{b}$ (Với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Hiệu $F = a - b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 439

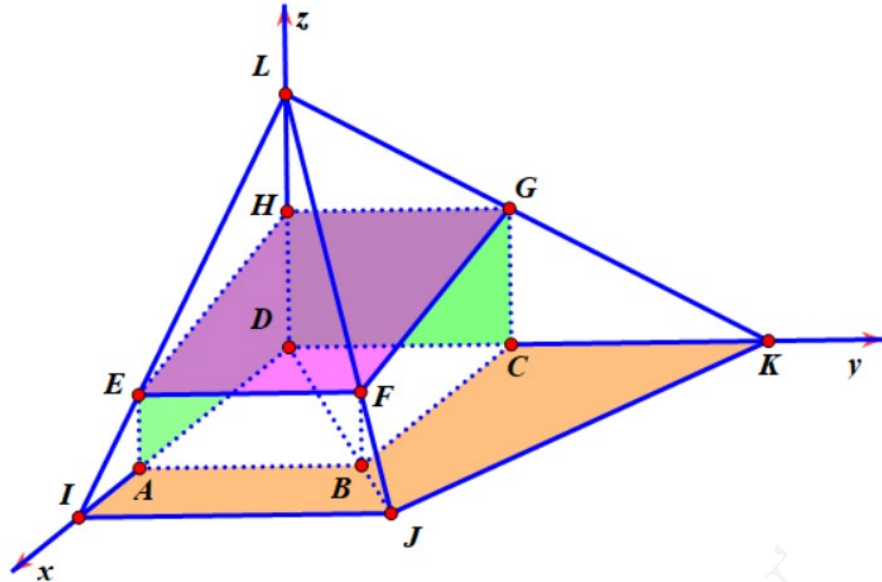
Từ giả thiết ta có tọa độ các điểm tương ứng: $D(0; 0; 0)$; $A(5; 0; 0)$; $B\left(5; \frac{7}{2}; 0\right)$; $C\left(0; \frac{7}{2}; 0\right)$; $E(5; 0; 2)$; $H(0; 0; 3)$; $G\left(0; \frac{7}{2}; 3\right)$; $F\left(5; \frac{7}{2}; 2\right)$; $L(0; 0; 6)$.

Kẻ các đường thẳng $LE; LF; LG$ cắt mặt phẳng (Oxy) lần lượt tại các điểm I, J, K . Khi đó khu vườn mùa đông được mô tả bằng tứ giác $DIJK$.

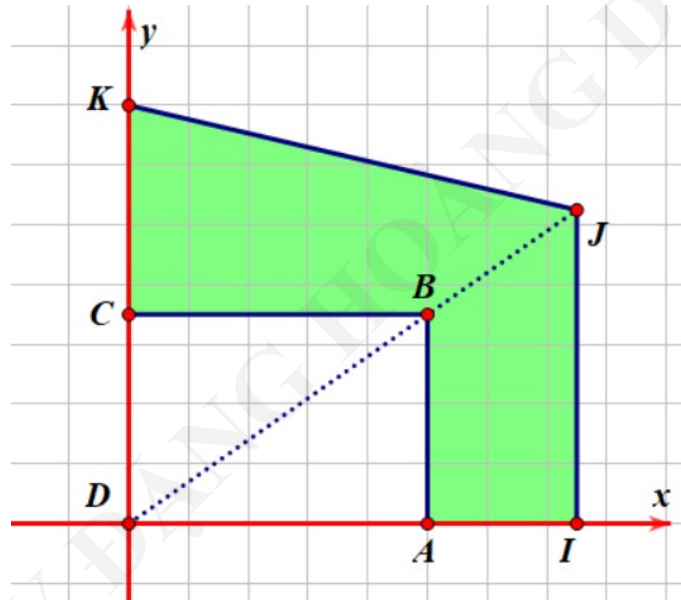
Từ L, E, I thẳng hàng ta có $I\left(\frac{15}{2}; 0; 0\right)$

Từ L, F, J thẳng hàng ta có $J\left(\frac{15}{2}; \frac{21}{4}; 0\right)$

Từ L, G, K thẳng hàng ta có $K(0; 7; 0)$



Xét trên mặt phẳng (Oxy) ta có tứ giác $DIJK$ như hình dưới đây.



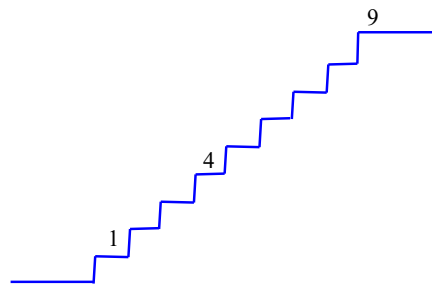
Ta có: $S_{DIJK} = S_{DIJ} + S_{DJK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{21}{4} + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \frac{15}{2} = \frac{735}{16}$

Diện tích khu vườn mùa đông là:

$$S_{ABCKJI} = S_{DIJK} - S_{ABCD} = \frac{735}{16} - \frac{35}{2} = \frac{455}{16}$$

Do đó $F = a - b = 439$.

- Câu 3.** Gia đình bé May sống trong một căn nhà sàn, cầu thang của căn nhà có 9 bậc gỗ. Hôm nay cô giáo thông báo bé được chọn vào đội tuyển học sinh giỏi của Trường bé rất vui, tan học là đi nhanh về nhà khoe với mẹ. Khi lên cầu thang, bé May ngẫu nhiên bước lên 1 bậc hoặc nhảy lên luôn 2 bậc. Tính xác suất để bé May đi hết cầu thang nhà mình mà bỏ qua bậc số 4 (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp số: 0,27

Ta tính $S(n)$ là số cách bé May ngẫu nhiên bước 1 hoặc 2 bậc khi đi cầu thang có n bậc. Ta có $S(1)=1$, $S(2)=2$, $S(3)=3$.

Để lên đến bậc n , bé May hoặc là lên đến bậc $n-1$ và bước 1 bậc lên bậc n hoặc lên đến bậc $n-2$ rồi bước 2 bậc lên bậc n . Từ đó suy ra

$$S(n) = S(n-1) + S(n-2) \text{ với mọi } n \geq 3.$$

Do đó ta có $S(4)=5$, $S(5)=8$, $S(6)=13$, $S(7)=21$, $S(8)=34$, $S(9)=55$. Suy ra $n(\Omega)=55$.

Gọi A là biến cố “Bé May bỏ qua bậc 4”. Để bỏ qua bậc 4 bé May phải đi từ bậc 1 lên bậc 3, bỏ qua bậc 4 để lên bậc 5 sau đó đi lên bậc 9.

Từ bậc 1 lên bậc 3 có $S(3)$ cách đi, từ bậc 5 đi lên bậc 9 có 4 bậc nên có $S(4)$ cách đi.

Suy ra $n(A) = S(3).S(4) = 15$.

$$\text{Suy ra xác suất là } P(A) = \frac{15}{55} = \frac{3}{11} = 0,27$$

Câu 4. Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau x lần quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x) = \frac{100}{1+49e^{-0.015x}}$, $x \geq 0$. Hãy tính số lần quảng cáo được phát tối thiểu để số % người xem mua sản phẩm đạt hơn 75%

Lời giải

Đáp số: 333

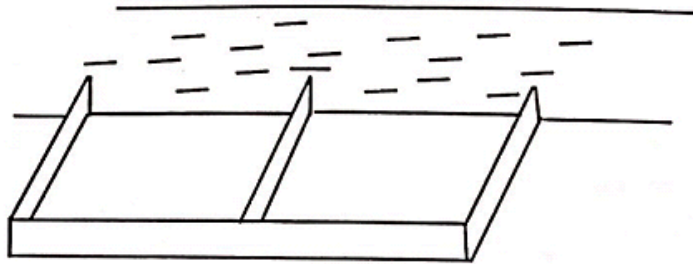
Theo yêu cầu bài toán ta có:

$$P(x) = \frac{100}{1+49e^{-0.015x}} > 75 \Leftrightarrow 1+49e^{-0.015x} < \frac{4}{3} \Leftrightarrow e^{-0.015x} < \frac{1}{147}$$

$$\Leftrightarrow -0.015x < \ln\left(\frac{1}{147}\right) \Leftrightarrow x > \frac{\ln\left(\frac{1}{147}\right)}{-0.015} \approx 332.7$$

Vậy số lần quảng cáo tối thiểu là 333 lần.

Câu 5. Một người nông dân có 30.000.000 đồng muốn dùng hết số tiền để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để chia khu đất thành hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 120.000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 100.000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (đơn vị m^2)?



Lời giải

Đáp số: 6250.

Gọi x (m) là chiều dài một trong ba mặt hàng rào song song với nhau của hình chữ E ($x > 0$).

Gọi y (m) là chiều dài mặt hàng rào của hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).

Số tiền để làm hàng rào là: $x \cdot 3 \cdot 100000 + y \cdot 120000 = 30000000 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{2}$.

Diện tích đất rào: $S = x \cdot y = x \cdot \left(\frac{500 - 5x}{2} \right) = 250x - \frac{5}{2}x^2$.

Ta có: $S' = 250 - 5x$.

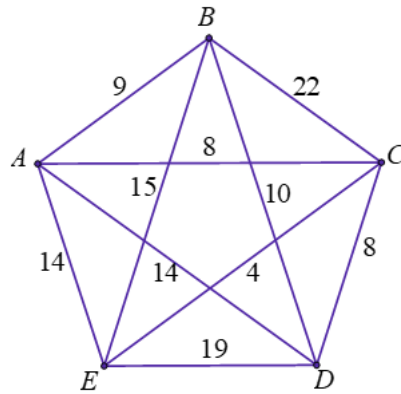
$S' = 0 \Leftrightarrow 250 - 5x \Leftrightarrow x = 50$.

Bảng biến thiên:

x	0	50	$+\infty$	
S'		+	0	-
S	0	6250	$-\infty$	

Vậy $\max_{(0;+\infty)} S = 6250$ (m^2) khi $x = 50$ (m).

Câu 6. Có năm địa điểm với độ dài quãng đường giữa các địa điểm (đơn vị: kilômét) mô tả như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu đường đi ngắn nhất trên đồ thị có trọng số ở hình vẽ trên, tức là tìm chu trình đi qua tất cả các đỉnh sao cho tổng độ dài các cạnh của chu trình đó là ngắn nhất.

Lời giải

Đáp số: 3

Các chu trình được cho trong bảng sau:

Đỉnh bắt đầu	Chu trình	Tổng chiều dài (km)
<i>A</i>	<i>ACEBDA</i>	51
<i>B</i>	<i>BACEDB</i>	50
<i>C</i>	<i>CEABDC</i>	45
<i>D</i>	<i>DCEABD</i>	45
<i>E</i>	<i>ECABDE</i>	50
<i>E</i>	<i>ECDBAE</i>	45

Ba đường đi ngắn nhất có cùng chiều dài $45km$, đó là các chu trình $CEABDC, DCEABD, ECDBAE$.